

Matemáticas I

Unidad 4. Sistemas de ecuaciones lineales

OA5. Sistemas de ecuaciones 3x3

Antecedentes

La resolución de problemas matemáticos mediante el planteamiento de sistemas de ecuaciones no es algo nuevo. Por ejemplo, en China, durante la dinastía Han (220 a.C.-200 a.C), se escribió el tratado matemático *Nueve Capítulos sobre el Arte Matemático*; el capítulo VIII consiste en problemas de resolución de ecuaciones. Un ejemplo se describe en la siguiente situación:

“Hay tres clases de granos; se tiene que tres gavillas de primera clase, dos de segunda clase y una de tercera hacen 39 medidas; asimismo, dos gavillas de primera clase, tres de segunda y una de tercera hacen 34 medidas; y finalmente, una gavilla de primera clase, dos de segunda y tres de tercera hacen 26 medidas. ¿Cuántas medidas de granos están contenidas en una gavilla de cada clase?”

En el tratado matemático chino se describe un algoritmo, conocido como algoritmo de Fang-Cheng, para dar solución al planteamiento. Para ello, los datos se acomodan en un arreglo rectangular, similar al que se describe a continuación.

Observa que los datos en la tabla corresponden a las condiciones de los tres enunciados.

↑	↑	↑	↑	
Gavillas de 1ª clase	Gavillas de 2ª clase	Gavillas de 3ª clase	Medidas	
3	2	1	39	
2	3	1	34	
1	2	3	26	

Después de una serie de operaciones matemáticas básicas (multiplicaciones, sumas y restas) realizadas sobre los datos de la tabla anterior, se obtiene la siguiente:

3	2	1	39
	5	1	24
		36	99

Observa que los datos de esta tabla se encuentran ordenados en una forma triangular; a partir de ellos se contesta fácilmente a la pregunta inicial *¿Cuántas medidas de granos están contenidas en una gavilla de cada clase?*

Los datos de la fila inferior indican que 36 gavillas de granos de tercera clase corresponden a 99 medidas; en consecuencia, una gavilla de tercera corresponde a $\frac{99}{36}$ unidades de medida, es decir

$$1 \text{ gavilla de tercera} = \frac{99}{36} = 2.75 \text{ medidas}$$

Después, a partir de los datos de segunda fila se determina que una gavilla de segunda clase corresponde a 4.25 medidas; y, finalmente, se determina que una gavilla de primera corresponde a 9.25 medidas.

El algoritmo de Fang-Cheng te permite resolver el problema mediante la eliminación consecutiva de valores.

En la actualidad, diversos problemas de la vida real se resuelven mediante sistemas de ecuaciones cuya solución se simplifica mediante la obtención de un sistema de ecuaciones triangular. Cabe mencionar que la determinación de tales sistemas es similar al algoritmo de Fang-Cheng.

Por ejemplo, el sistema de ecuaciones que describe al problema de los granos es:

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 39 \\ 2x + 3y + z = 34 \\ x + 2y + 3z = 26 \end{cases} \quad \text{Sistema de ecuaciones original}$$

A partir del sistema de ecuaciones anterior, es posible determinar el siguiente sistema de ecuaciones escrito en forma triangular. Al procedimiento utilizado se le conoce como *método de triangulación*.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 39 \\ 5y + z = 24 \\ 36z = 99 \end{cases} \quad \text{Sistema de ecuaciones triangular}$$

Observa que los coeficientes de ambos sistemas de ecuaciones tienen correspondencia con las tablas de valores del algoritmo de Fang-Cheng.