

Estrategia didáctica 17

PARTE GENERAL	
NOMBRE DE LA ACTIVIDAD	Problema del área mínima del cuadrilátero
NOMBRE DEL PROFESOR	
PLANTEL DE ADSCRIPCIÓN	CCH-Azcapotzalco
ASIGNATURA Y SEMESTRE O AÑO	Matemáticas II
UNIDAD	Unidad II: Funciones cuadráticas y aplicaciones
APRENDIZAJES	Resuelve problemas de máximos y mínimos aprovechando las propiedades de la función cuadrática.
TEMÁTICA	Problemas de aplicación.
OBJETIVO DE LA UNIDAD	Al finalizar, el alumno: Analizará el comportamiento de las funciones cuadráticas en términos de sus parámetros mediante la contrastación de la representación gráfica y analítica. Resolverá problemas de optimización con métodos algebraicos, a fin de continuar con el estudio de las funciones a partir de situaciones que varían en forma cuadrática y contrastará este tipo de variación con la lineal.
DURACIÓN TOTAL DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA	2 horas
NÚMERO DE ALUMNOS	25
BIBLIOGRAFÍA	Swokowski, E. y Cole, J. (2011). Álgebra y trigonometría con geometría analítica. México: Cengage Huerta-Vazquez, M. A., & Figueras, O. (2020). Towards reflection on the practice in a learning community of higher-level mathematics teachers. In A. I. Sacristán, J. C. Cortés-Zavala, & P. M. Ruiz-Arias (Eds.), <i>Proceedings of the Forty-Second Meeting* of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Mexico</i> (pp. 1873–1877). Cinvestav / AMIUTEM / PME-NA. https://doi.org/10.51272/pmena.42.2020-306

INICIO	
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	Al finalizar este momento de la estrategia los alumnos: Dado el texto del problema dibujarán una representación geométrica del problema mostrando las características del problema que les permita resolverlo, para después hacer una representación tabular de la longitud del segmento AP vs. el área del cuadrilátero.
RECURSOS Y HERRAMIENTAS TIC	Lápiz y papel
REPRESENTACIONES QUE APARECEN EN ESTE MOMENTO	Representación verbal. Representación geométrica. Representación tabular (longitud del segmento AP vs. área del cuadrilátero).
CONOCIMIENTOS DE LA MATERIA QUE SURGEN	Conocimiento común del contenido: Encontrar de manera indirecta el área del cuadrilátero mediante los triángulos externos.
CONOCIMIENTOS PEDAGÓGICOS DE LA MATERIA QUE SURGEN	Conocimiento del contenido y la enseñanza: Hacer preguntas para que los estudiantes recuerden formas de cálculo del área. Conocimiento del contenido y la enseñanza: Asegurar que los estudiantes reconozcan valores de la longitud del segmento AP lo suficientemente pequeños para que obtengan el mínimo de la función cuadrática. Conocimiento del contenido y los estudiantes: Un error común de los estudiantes es que sitúan los puntos P,M,N,S como puntos medios del rectángulo, así que hay que hacerles notar a los estudiantes que las longitudes de los segmentos AP, BM, NC, DS son las mismas.
INDICAR CADA ACTIVIDAD EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	<p>1. El profesor escribirá en el pizarrón el texto del problema: Dado el rectángulo $ABCD$ con base de 6 cm y altura de 4 cm. Sea P un punto en el lado \overline{AB}, M un punto en el lado BC, N un punto en CD y S un punto en DA, tal que las distancias de BM, CN, DS y AP son iguales. Obtener el área mínima del cuadrilátero que se forma con los puntos P, M, N y S.</p> <p>2. Colocar a los estudiantes en parejas para que vayan haciendo el dibujo que permita la resolución de problema.</p> <p><i>Recomendación: Hacer notar a los estudiantes que las longitudes de los segmentos AP, BM, NC, DS son iguales para que los estudiantes puedan hacer bien el dibujo del cuadrilátero, una representación geométrica se puede observar en la Figura 1.</i></p>

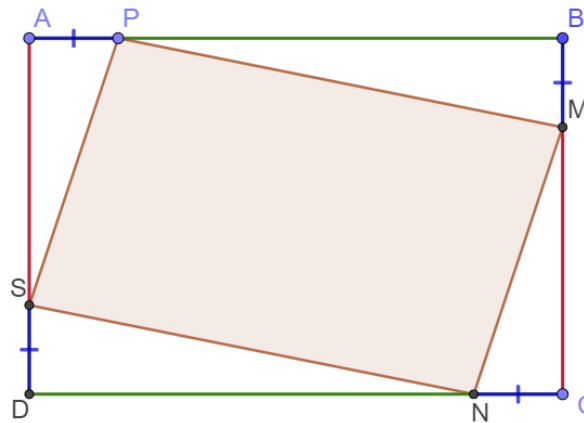


Figura 1

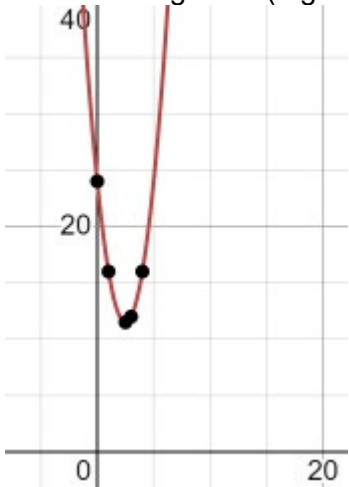
3. Pedir a los estudiantes (trabajando en parejas) encuentren el área del cuadrilátero SPMN haciendo variar la longitud del segmento AP (Figura 2)

Recomendación: Calcular el área del cuadrilátero SPMN de manera indirecta, primero los triángulos APS, PBM, MCN y NDS para restárselo a al rectángulo ABCD

Longitud AP	Área del paralelogramo
0.5	19.5
1	16
1.5	13.5
2	12
2.5	11.5
3	12
3.5	13.5
4	16

Figura 2

<p>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Representación del cuadrilátero dentro del rectángulo con la identificación de los puntos que señala el texto del problema. • Tabla (longitud del segmento AP vs. área del cuadrilátero)
<p>FORMA DE EVALUACIÓN</p>	<p>Lista de cotejo Anexo 1</p>

DESARROLLO	
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	Al finalizar este momento de la estrategia los alumnos: Dada la tabla (Longitud de AP vs. Área del cuadrilátero), harán la gráfica (representación gráfica) de la función cuadrática asociada al modelo de área del problema, después generalizan el cálculo del área del cuadrilátero para encontrar la expresión algebraica que representa el problema.
RECURSOS Y HERRAMIENTAS TIC	Lápiz y papel
REPRESENTACIONES QUE APARECEN EN ESTE MOMENTO	Representación gráfica. Representación algebraica de la función cuadrática.
CONOCIMIENTOS DE LA MATERIA QUE SURGEN	Conocimiento común del contenido: Generalizar el cálculo del área del cuadrilátero SPMN para encontrar la expresión algebraica de la función cuadrática en función de la longitud del segmento AP.
CONOCIMIENTOS PEDAGÓGICOS DE LA MATERIA QUE SURGEN	Conocimiento del contenido y la enseñanza: Hacer preguntas para que los estudiantes generalicen el cálculo del área para encontrar la expresión algebraica de la función cuadrática en función de la longitud del segmento AP.
INDICAR CADA ACTIVIDAD EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	<p>1. Con la tabla (longitud del segmento AP vs. área del cuadrilátero), que los estudiantes elaboren la gráfica (Figura 3)</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Figura 3</p> <p>2. Hacer que los estudiantes obtengan la función cuadrática asociada al problema a partir de la generalización de la obtención del área de manera que la longitud del segmento $AP = x$</p> <p>Donde 24 es el área del rectángulo ABCD y la parte restante de la expresión son las áreas de los triángulos rectángulos externos al cuadrilátero SPMN (<i>Expresión 1</i>)</p>

	$A(x) = 24 - 2 \frac{x(4-x)}{2} - 2 \frac{x(6-x)}{2}$ <p style="text-align: center;">Expresión 1</p> <p>3. Después se pide a los estudiantes que simplifiquen la expresión 1, de tal manera que la función cuadrática en su forma general queda (expresión 2):</p> $A(x) = 2x^2 - 10x + 24$ <p style="text-align: center;">Expresión 2</p>
<p>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Gráfica de la parábola que modela el problema • Procedimiento con el que se obtiene la expresión algebraica de la función cuadrática.
<p>FORMA DE EVALUACIÓN</p>	<p>Lista de cotejo Anexo 1</p>

CIERRE	
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	<p>Al finalizar este momento de la estrategia los alumnos: Identificarán para cada representación la respuesta al problema:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El valor mínimo del área del cuadrilátero en la tabla. • El vértice de la parábola como mínimo. • El valor de h y k con la representación de la ecuación estándar de una parábola con eje vertical.
RECURSOS Y HERRAMIENTAS TIC	Lápiz y papel
REPRESENTACIONES QUE APARECEN EN ESTE MOMENTO	<ul style="list-style-type: none"> • Representación tabular (longitud del segmento AP vs. área del cuadrilátero). • Representación gráfica. • Representación algebraica de la función cuadrática, en su forma general y en la ecuación estándar de una parábola con eje vertical.
CONOCIMIENTOS DE LA MATERIA QUE SURGEN	Conocimiento común del contenido: Identificar el mínimo de una función cuadrática, en una tabla, en el vértice de la parábola y en la representación de la ecuación estándar de una parábola con eje vertical.
CONOCIMIENTOS PEDAGÓGICOS DE LA MATERIA QUE SURGEN	Conocimiento del contenido y la enseñanza: Mostrar el área mínima del cuadrilátero, mostrando el mínimo en las representaciones tabular, gráfico y algebraico.
INDICAR CADA ACTIVIDAD EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	<ol style="list-style-type: none"> 1. Pedir a los estudiantes que identifiquen el mínimo del área del cuadrilátero <i>SPMN</i> en la tabla, así como el valor la longitud del segmento AP asociado. Quedando un área mínima 11.5 cm^2 del cuadrilátero con una longitud $AP = 2.5 \text{ cm}$ 2. Identificar en la gráfica de la parábola obtenida el vértice como mínimo de la función. 3. Dada la expresión general de la función cuadrática (expresión 2) pedirles a los estudiantes que apliquen un tratamiento algebraico pertinente para que obtengan la ecuación estándar de una parábola con eje vertical que para este caso quedaría (expresión 3) $A(x) = 2(x - 2.5)^2 + 11.5$ <p style="text-align: center;">Expresión 3</p>
EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE	Resumen mostrando la solución del problema en la tabla, la gráfica de la función y en la expresión algebraica
FORMA DE EVALUACIÓN	Lista de cotejo Anexo 1

ANEXO 1 LISTA DE COTEJO (EVALUACIÓN SUMATIVA)		
ELEMENTO PARA EVALUAR	Cumple	Puntaje
DIBUJO DEL CUADRILÁTERO CON CARACTERÍSTICAS QUE PERMITAN ENCONTRAR EL ÁREA	sí	10
TABLA (AP VS. ÁREA)	sí	10
GRÁFICA DE LA PARÁBOLA	sí	10
PROCEDIMIENTO DE OBTENCIÓN DE LA EXPRESIÓN DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA QUE MODELA EL PROBLEMA	sí	10
RESUMEN MOSTRANDO LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA EN LA TABLA, LA GRÁFICA DE LA FUNCIÓN Y EN LA EXPRESIÓN ALGEBRAICA	sí	10
TOTAL		50