

Estrategia didáctica 07

PARTE GENERAL	
NOMBRE DE LA ACTIVIDAD	Problema del trampolín
NOMBRE DEL PROFESOR	
PLANTEL DE ADSCRIPCIÓN	CCH-Azcapotzalco
ASIGNATURA Y SEMESTRE O AÑO	Matemáticas II
UNIDAD	Unidad II: Funciones cuadráticas y aplicaciones
APRENDIZAJES	Resuelve problemas de máximos y mínimos aprovechando las propiedades de la función cuadrática.
TEMÁTICA	Problemas de aplicación.
OBJETIVO DE LA UNIDAD	Al finalizar, el alumno: Analizará el comportamiento de las funciones cuadráticas en términos de sus parámetros mediante la contrastación de la representación gráfica y analítica. Resolverá problemas de optimización con métodos algebraicos, a fin de continuar con el estudio de las funciones a partir de situaciones que varían en forma cuadrática y contrastará este tipo de variación con la lineal.
DURACIÓN TOTAL DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA	2 horas
NÚMERO DE ALUMNOS	25 alumnos
BIBLIOGRAFÍA	Filloy, E. y Zubieta, G. (2001) Geometría. México: Grupo Editorial Iberoamericana. Larson, R. y Hostetler, R. (2006). Álgebra. México: Publicaciones Cultural. Polya, G. (1981). Cómo plantear y resolver problemas (1ª ed., 9ª reimp. ed.). México: Trillas. Rees, P. y Sparks, F. (2005). Álgebra. México: Reverte.

INICIO	
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	Al finalizar este momento de la estrategia los alumnos: Dado el enunciado del problema, harán una representación tabular y posteriormente dibujarán una representación gráfica del problema mostrando las características de éste, que les permita resolverlo.
RECURSOS Y HERRAMIENTAS TIC	Lápiz y papel
REPRESENTACIONES QUE APARECEN EN ESTE MOMENTO	Representación verbal. Representación tabular. Representación geométrica.
CONOCIMIENTOS DE LA MATERIA QUE SURGEN	Conocimiento común del contenido: Analizar el problema para entender cuáles son los datos que piden y con que recursos se cuentan para resolverlo.
CONOCIMIENTOS PEDAGÓGICOS DE LA MATERIA QUE SURGEN	Conocimiento del contenido y la enseñanza: Hacer preguntas para que los estudiantes interpreten el concepto de optimización.
INDICAR CADA ACTIVIDAD EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	<p>El profesor escribirá en el pizarrón el texto del problema: $h(t) = -4.9t^2 + 8t + 5$ representa la altura (h) en metros de Alejandro por encima del agua, a los t segundos después de saltar del trampolín.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Plantear las preguntas que guíen a los estudiantes a la solución del problema: <ol style="list-style-type: none"> a) ¿Cuál es la altura inicial del trampolín? b) ¿En qué momento Alejandro alcanzó mayor altura? c) ¿Cuál fue la mayor altura que alcanzó Alejandro? d) ¿Cuánto tiempo estuvo Alejandro en el aire? 2. Distribuir a los estudiantes en parejas para que analicen y discutan el problema y las posibles soluciones de éste. <p>Sugerencia para los estudiantes: Realizar un dibujo para que puedan comprender cual es la relación entre las variables y los datos del problema.</p>
EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE	La solución del problema usando los registros tabulares y gráficos, a partir de la información proporcionada en el enunciado del problema.
FORMA DE EVALUACIÓN	Tabla de cotejo Anexo 1

DESARROLLO	
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	Al finalizar este momento de la estrategia los alumnos: Dado el enunciado del problema los alumnos analizarán la información proporcionada con la finalidad de contestar las preguntas que dan solución al problema. Posterior a esto, elaborarán la tabla de valores y la gráfica correspondiente.
RECURSOS Y HERRAMIENTAS TIC	Lápiz y papel
REPRESENTACIONES QUE APARECEN EN ESTE MOMENTO	Representación tabular. Representación gráfica. Representación algebraica de la función cuadrática.
CONOCIMIENTOS DE LA MATERIA QUE SURGEN	Conocimiento común del contenido: La forma de calcular el valor de la abscisa del vértice, a partir de la fórmula $x = \frac{-b}{2a}$
CONOCIMIENTOS PEDAGÓGICOS DE LA MATERIA QUE SURGEN	Conocimiento del contenido y la enseñanza: Hacer preguntas para que los estudiantes relacionen las medidas de la lámina con la condición de que plantea el problema como variable que incide en el volumen de la canaleta. Además de que relacionen el valor y la interpretación del del vértice en el contexto del problema.
INDICAR CADA ACTIVIDAD EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	<p>1. Los estudiantes analizarán las condiciones del problema a partir del enunciado de este:</p> <p>$h(t) = -4.9t^2 + 8t + 5$ representa la altura (h) en metros de Alejandro por encima del agua, a los t segundos después de saltar del trampolín.</p> <p>Para dar solución a este problema: Se comenzará calculando la altura inicial del trampolín, es decir, antes de que Alejandro haga el salto, así entonces: La altura inicial del trampolín es cuando el tiempo es cero.</p> $ \begin{aligned} h(t) &= -4.9t^2 + 8t + 5 \\ h(0) &= -4.9(0)^2 + 8(0) + 5 \\ &= 0 + 0 + 5 \\ &= 5 \text{ m} \end{aligned} $ <p>Ahora, el momento en que Alejandro alcanzó la altura máxima es la coordenada x del vértice. Por lo tanto:</p>

$$t = -\frac{b}{2a}$$

Con $a = -4.9$ y $b = 8$, tenemos que:

$$\begin{aligned} t &= -\frac{8}{2(-4.9)} \\ &= -\frac{8}{-9.8} \\ &= 0.82 \text{ seg} \end{aligned}$$

Con este dato, calculamos que Alejandro alcanzó la altura máxima a los 0.82 segundos. En este momento, la altura que alcanzó fue de:

$$\begin{aligned} h(t) &= -4.9t^2 + 8t + 5 \\ h(0.82) &= -4.9(0.82)^2 + 8(0.82) + 5 \\ &= -3.29 + 6.56 + 5 \\ &= 8.27 \text{ m} \end{aligned}$$

Finalmente, cuando Alejandro toque el agua, su altura será cero. Es decir:

$$\begin{aligned} h(t) &= -4.9t^2 + 8t + 5 \\ -4.9t^2 + 8t + 5 &= 0 \end{aligned}$$

Resolviendo, usando la fórmula general, con $a = -4.9$, $b = 8$ y $c = 5$

$$\begin{aligned} t &= \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4(-4.9)(5)}}{2(-4.9)} \\ t &= \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 98}}{-9.8} \\ t &= \frac{-8 \pm \sqrt{162}}{-9.8} \\ t &= \frac{-8 \pm 12.72}{-9.8} \end{aligned}$$

$$t_1 = \frac{-8 + 12.72}{-9.8} = -0.48 \text{ y } t_2 = \frac{-8 - 12.72}{-9.8} = 2.11$$

Dado que el tiempo no es un valor negativo, la solución correcta es:

$$t = 2.11 \text{ seg}$$

2. Con los valores obtenidos, los alumnos responderán a las preguntas propuestas:

a) ¿Cuál es la altura inicial del trampolín?

Respuesta: La altura inicial del trampolín es 5 m.

b) ¿En qué momento Alejandro alcanzó mayor altura?

Respuesta: A Alejandro le llevó 0.82 segundos alcanzar la altura máxima.

c) ¿Cuál fue la mayor altura que alcanzó Alejandro?

Respuesta: La mayor altura que alcanzó fue de 8.27 m.

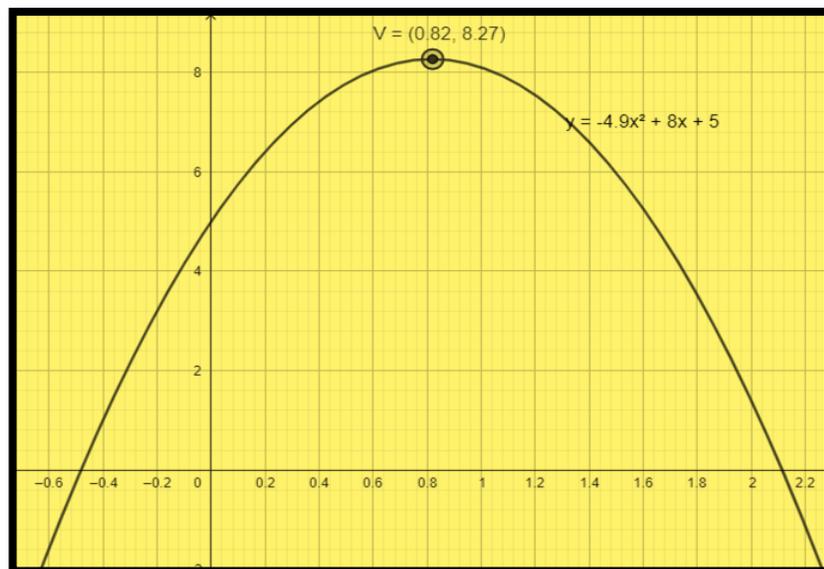
d) ¿Cuánto tiempo estuvo Alejandro en el aire?

Respuesta: Alejandro estuvo en el aire aproximadamente 2.11 segundos.

3. Elaborar una tabla de valores pertinente

x	$V(x)$
0	5
0.4	7.416
0.8	8.264
0.82	8.27
1.2	7.544
1.6	5.256
2.2	-1.116

4. A partir de la tabla de valores, elaborar la gráfica correspondiente.



EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE	<ul style="list-style-type: none"> • Procedimiento con el que se obtiene el vértice de la función cuadrática. • Respuesta a las preguntas planteadas • Tabla de valores • Gráfica
FORMA DE EVALUACIÓN	Tabla de cotejo Anexo 1

CIERRE	
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	<p>Al finalizar este momento de la estrategia, los alumnos: Identificarán para cada representación la respuesta al problema:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El valor máximo en la tabla. • El vértice de la parábola como máximo. • La relación entre la representación tabular y la representación gráfica. • La interpretación del valor máximo en el contexto del problema.
RECURSOS Y HERRAMIENTAS TIC	Lápiz y papel
REPRESENTACIONES QUE APARECEN EN ESTE MOMENTO	<ul style="list-style-type: none"> • Representación algebraica • Representación tabular. • Representación gráfica.
CONOCIMIENTOS DE LA MATERIA QUE SURGEN	Conocimiento común del contenido: Identificar el máximo de una función cuadrática, en una tabla, en el vértice de la parábola y en la representación de la ecuación estándar de una parábola con eje vertical.
CONOCIMIENTOS PEDAGÓGICOS DE LA MATERIA QUE SURGEN	Conocimiento del contenido y la enseñanza: Mostrar el valor máximo como una interpretación de la optimización, mostrando el máximo en las representaciones tabular, gráfico y algebraico.
INDICAR CADA ACTIVIDAD EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	<ol style="list-style-type: none"> 1. Pedir a los estudiantes que identifiquen el valor máximo en la tabla. 2. Identificar en la gráfica de la parábola obtenida el vértice como máximo de la función. 3. A partir de los datos obtenidos en las diferentes representaciones, relacionar toda esta información la solución de las preguntas planteadas en el inicio de la actividad.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE	Ejercicio resuelto, mostrando la solución del problema en la tabla, la gráfica de la función y en la expresión algebraica.
FORMA DE EVALUACIÓN	Tabla de cotejo Anexo 1

ANEXO 1 LISTA DE COTEJO (EVALUACIÓN SUMATIVA)		
ELEMENTO PARA EVALUAR	Cumple	Puntaje
IDENTIFICACIÓN DE LOS DATOS PROPORCIONADOS Y LA RELACIÓN ENTRE LAS VARIABLES	sí	10
PROCEDIMIENTO DE OBTENCIÓN DEL VÉRTICE Y SU INTERPRETACIÓN EN EL CONTEXTO DEL PROBLEMA	sí	10
TABLA DE VALORES	sí	10
GRÁFICA DE LA PARÁBOLA	sí	10
RESUMEN MOSTRANDO LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA EN LA TABLA, LA GRÁFICA DE LA FUNCIÓN Y EN LA EXPRESIÓN ALGEBRAICA	sí	10
TOTAL		50