


### Estrategia didáctica 05

PARTE GENERAL	
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	Optimiza y Grafica: Un Reto Cuadrático
<b>NOMBRE DEL PROFESOR</b>	
<b>PLANTEL DE ADSCRIPCIÓN</b>	
<b>ASIGNATURA Y SEMESTRE O AÑO</b>	Matemáticas II Segundo semestre
<b>UNIDAD</b>	Unidad II: Funciones cuadráticas y aplicaciones
<b>APRENDIZAJES</b>	Resuelve problemas sencillos de máximos y mínimos aprovechando las propiedades de la función cuadrática.
<b>TEMÁTICA</b>	Problemas de aplicación.
<b>ACTITUDES ESPERADAS EN EL ALUMNADO</b>	Capacidad de colaboración en trabajo en parejas. Contribución respetuosa en el diálogo colectivo.
<b>OBJETIVO DE LA UNIDAD</b>	Al finalizar, el alumno: Analizará el comportamiento de las funciones cuadráticas en términos de sus parámetros mediante la contrastación de la representación gráfica y analítica. Resolverá problemas de optimización con métodos algebraicos, a fin de continuar con el estudio de las funciones a partir de situaciones que varían en forma cuadrática y contrastará este tipo de variación con la lineal.
<b>DURACIÓN TOTAL DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA</b>	120 minutos
<b>NÚMERO DE ALUMNOS</b>	25
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	Fuenlabrada, S. (2013). <i>Aritmética y Álgebra / Bachillerato</i> . Mc. Graw Hill. Swokowski, E. W. (2009). <i>Álgebra y trigonometría con geometría analítica</i> . Cengage Learning.

INICIO	
<b>OBJETIVO</b>	Introducir el concepto de máximos y mínimos en funciones cuadráticas y su aplicación en problemas de áreas y perímetros verificando con GeoGebra.
<b>RECURSOS Y HERRAMIENTAS TIC</b>	GeoGebra Lápiz y papel
<b>REPRESENTACIONES QUE APARECEN EN EL INICIO</b>	Algebraica Gráfica
<b>CONOCIMIENTOS DE LA MATERIA NECESARIOS PARA LA ENSEÑANZA</b>	Conocimiento Común del Contenido (CCK): Se presenta el concepto de máximos y mínimos en funciones cuadráticas y su aplicación en problemas de áreas y perímetros.
<b>CONOCIMIENTOS PEDAGÓGICOS DE LA MATERIA NECESARIOS PARA SU ENSEÑANZA</b>	Conocimiento del Contenido y de la Enseñanza (KCT): El profesor elige usar GeoGebra para graficar y verificar visualmente el máximo de la función cuadrática.
<b>INDICAR CADA ACTIVIDAD EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN</b>	<p>Se le muestra el siguiente problema:                      Considera un rectángulo con un perímetro fijo de 20 cm.                      Encontrar las dimensiones del rectángulo que tiene el área máxima, además graficar el modelo encontrado.</p> <div style="text-align: center;">  <p>Figura 1. Dimensiones del rectángulo con lados 'x' y 'y'</p> </div> <p>Para resolver el problema se plantean el siguiente sistema de ecuaciones con las dimensiones que se observan en la figura 1.</p> <div style="text-align: center;"> <p>Perímetro del rectángulo  <math>2x + 2y = 20</math> (1)</p> <p>Área  <math>xy = A</math> (2)</p> </div> <p>Se despeja de la ecuación (1) 'y'</p>

$$y = 10 - x \quad (1a)$$

La ecuación (1a) se sustituye en la ecuación (2)

$$A = x(10 - x) \quad (1a)$$

Quedando en (3) la siguiente la siguiente función de área en función de x.

$$A(x) = -x^2 + 10x \quad (3)$$

Al transformar la expresión (3) en la forma estándar de la función cuadrática queda:

$$A(x) = -(x - 5)^2 + 25 \quad (4)$$

En esta forma se tiene el valor de  $h = 5$ ,  $k = 25$  y es el máximo de la función, donde en k es el área máxima de 25 m. para cuando  $x = 5$  m.

Para verificar se grafica la función con GeoGebra:

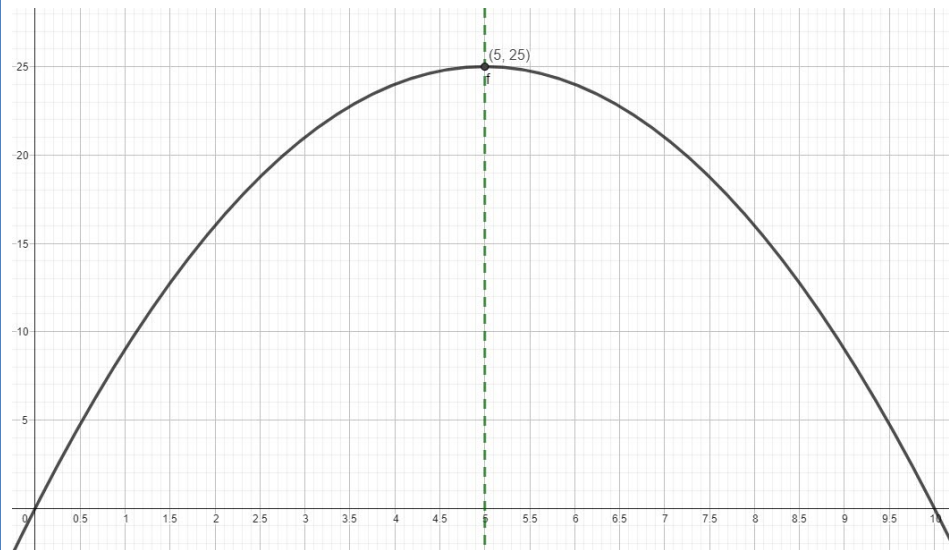
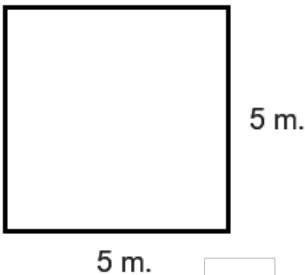


Figura 2; Gráfica de la función  $A(x) = -x^2 + 10x$  mostrando el eje de simetría  $x=5$  usando GeoGebra

El rectángulo<sup>1</sup> de mayor área con un perímetro de 20 m. es el siguiente:

<sup>1</sup> En geometría plana, un rectángulo es un paralelogramo cuyos cuatro lados forman ángulos rectos entre sí. Los lados opuestos tienen la misma longitud. Un rectángulo cuyos cuatro lados tienen la misma longitud es un cuadrado.

	 <p style="text-align: center;">5 m. <span style="margin-left: 50px;">5 m.</span></p>
<b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b>	Escrita en el cuaderno
<b>FORMA DE EVALUACIÓN</b>	Anexo 1

<b>DESARROLLO</b>	
<b>OBJETIVO</b>	Desarrollar en los estudiantes habilidades en modelado matemático y optimización usando la función cuadrática.
<b>RECURSOS Y HERRAMIENTAS TIC</b>	GeoGebra Lápiz y papel
<b>REPRESENTACIONES QUE APARECEN EN EL DESARROLLO</b>	Algebraica Gráfica
<b>CONOCIMIENTOS DE LA MATERIA QUE SURGEN</b>	Conocimiento Común del Contenido (CCK): Se plantea un problema de aplicación sobre cercado de jaulas que requiere modelar con una función cuadrática para optimizar el área.
<b>CONOCIMIENTOS PEDAGÓGICOS DE LA MATERIA QUE SURGEN</b>	Conocimiento del Contenido y de los Alumnos (KCS): El profesor organiza a los estudiantes en parejas para fomentar la colaboración. Está pendiente de las preguntas para guiarlos a los resultados esperados.
<b>INDICAR CADA ACTIVIDAD EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN</b>	<p>Se organizan los estudiantes en pareja. Y se les asigna el siguiente problema para que lo resuelvan:</p> <p>Alejandro es un veterinario que necesita hacer cuatro jaulas en un terreno rectangular y cuenta con 345 metros de malla para dicho propósito:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuál es la función que modela el problema?</li> <li>• Grafica dicha función.</li> <li>• ¿Cuál es el área máxima que puede cercar para tener las jaulas que necesita Alejandro como se muestra en la figura 3?</li> <li>• ¿Cuáles son las dimensiones de las jaulas?</li> </ul>

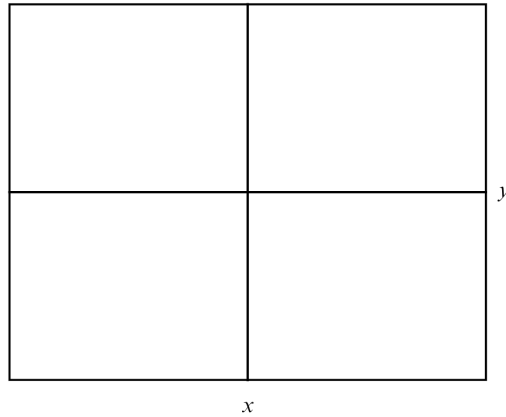


Figura 3. Disposición de las jaulas de Alejandro

Se espera que los estudiantes planten las siguientes ecuaciones:

$$3x + 3y = 345 \quad (5)$$

$$A = xy \quad (6)$$

La (5) la ecuación que modela la cerca de las jaulas.

La (6) la ecuación que modela el área el área que ocupan las jaulas.

Se espera que los estudiantes plateen la siguiente función cuadrática:

$$A(x) = -x^2 + 115x \quad (7)$$

Donde  $A(x)$  es el área de todas las jaulas y  $x$  es la dimensión de todo el terreno.

Al transforma la expresión (7) en la forma estandar tenemos la siguiente:

$$A(x) = -\left(x - \frac{115}{2}\right)^2 + \frac{13225}{4} \quad (8)$$

Obteniendo el área máxima  $3,306.25 \text{ m}^2$  cuando el valor  $x=57.5 \text{ m}$ .

Se espera que los estudiante puedan hacer una gráfica como la que modela la función expresada en la expresión (7) que se muestra en la Figura 4

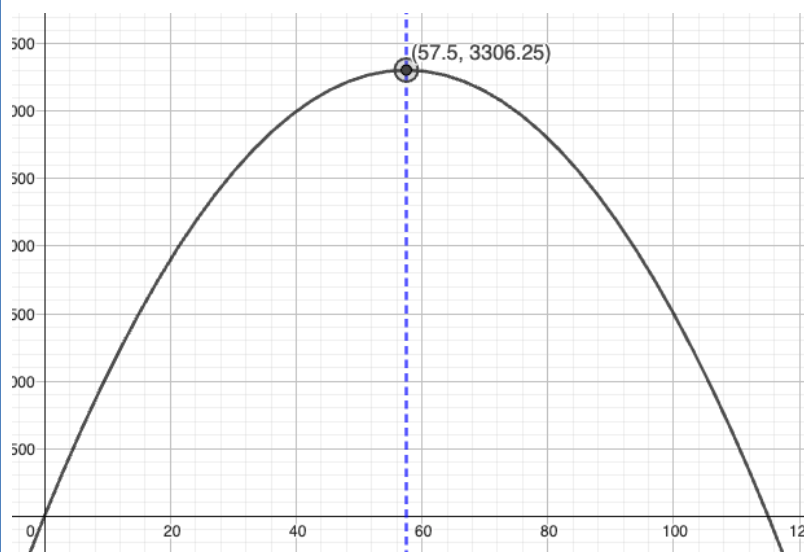


Figura 4. Gráfica de la función  $A(x) = -x^2 + 115x$

Las dimensiones que deberían obtener cada pareja de las jaulas son de 14.375 m x 14.375m. con un área de 206.601 m<sup>2</sup>.

El profesor estará pendiente a las preguntas de los estudiantes para que puedan llegar a los resultados esperados.

**EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE**

Escrita en el cuaderno

**FORMA DE EVALUACIÓN**

Anexo 1

**CIERRE**

<b>OBJETIVO</b>	Extender el problema de área máxima y perímetro fijo para fomentar el pensamiento crítico a los estudiantes.
<b>RECURSOS Y HERRAMIENTAS TIC</b>	GeoGebra Lápiz y papel
<b>REPRESENTACIONES QUE APARECEN EN EL CIERRE</b>	Algebraica Gráfica
<b>CONOCIMIENTOS DE LA MATERIA QUE SURGEN</b>	Conocimiento del Horizonte Matemático (HCK): Se pide a los estudiantes extender el problema de área máxima y perímetro fijo a otras formas geométricas, conectando con conceptos más avanzados.
<b>CONOCIMIENTOS PEDAGÓGICOS DE LA MATERIA QUE SURGEN</b>	Conocimiento del Contenido y de la Enseñanza (KCT): El profesor fomenta el pensamiento crítico al pedir a los estudiantes generar su propio problema, encontrar la función, graficarla e interpretar sus resultados.

<p><b>INDICAR CADA ACTIVIDAD EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN</b></p>	<p>Se le pide a cada pareja que generen un problema de área y perímetro quizá de formas diferentes a la rectangular para que encuentren en el área máxima dado un perímetro fijo, y que encuentren:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La función cuadrática que modela el problema.</li> <li>• Hagan la gráfica en GeoGebra</li> <li>• Encuentren la máxima área y las dimensiones del área que lo cumplan.</li> <li>• Hagan un esbozo de las dimensiones que se apegue al problema que propusieron.</li> </ul>
<p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p>	<p>Escrita en el cuaderno</p>
<p><b>FORMA DE EVALUACIÓN</b></p>	<p>Anexo 1</p>

**Anexo 1**

Criterio	Puntaje	Cumple	No Cumple
El estudiante comprende el concepto de máximos y mínimos en funciones cuadráticas.	10		
El estudiante utiliza adecuadamente GeoGebra para graficar funciones.	10		
El estudiante colabora de manera respetuosa y efectiva con su pareja.	10		
El estudiante plantea correctamente las ecuaciones para resolver el problema inicial.	10		
El estudiante interpreta adecuadamente la gráfica de la función cuadrática.	10		
El estudiante aplica los conceptos aprendidos para resolver el problema de las jaulas.	10		
El estudiante plantea la función cuadrática que modela el problema de las jaulas.	10		
El estudiante encuentra el área máxima y las dimensiones correctas de las jaulas.	10		
El estudiante genera un problema original de área máxima y perímetro fijo.	10		
El estudiante resuelve correctamente el problema que generó, encontrando la función, la gráfica, el área máxima y las dimensiones.	10		
Total			