



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE  
MÉXICO**

**COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES**

**PLANTEL VALLEJO**



---

**Área de ciencias experimentales**

**Cuaderno de trabajo para Programa de Apoyo al**

**Egreso**

**Física III**

**Elaborada por:**

**Mireya Monroy Carreño**

**Patricia Monroy Carreño**

**Ruth Paulina Martínez Victoria**

**Francisco Robles Pinto**

# Presentación

El presente cuaderno de trabajo se elaboró con la finalidad de apoyar a los estudiantes y profesores que participan en el Programa de Apoyo al Egreso (PAE) en la asignatura de Física III del plan de estudios actualizado.

El diseño de este cuaderno de trabajo está estructurado en las dos unidades correspondientes al programa de estudios de Física III, cuyos aprendizajes están divididos en diez sesiones, repartidas en las 40 horas que se tienen destinadas para el curso de PAE.

Cada unidad incluye los propósitos que el alumno debe de lograr al finalizar el desarrollo de las actividades, las cuales están diseñadas con respecto al nivel cognitivo conforme a la taxonomía de Bloom, por ello se encontrarán actividades como:

- ✓ **Conceptos básicos:** Está encaminado en la identificación de los conocimientos previos de los alumnos los cuales son necesarios para adquirir los nuevos aprendizajes.
- ✓ **Introducción teórica:** Es una breve explicación de los conceptos nuevos que se desean que adquieran los estudiantes.
- ✓ **Ejercicios:** Son pequeños problemas para resolver por medio de diferentes propuestas del alumno.
- ✓ **Actividades complementarias:** Estas pueden ser lecturas, mapas mentales, crucigramas o sopas de letras que permitirán la autoevaluación.
- ✓ **Bibliografía:** Incluye la bibliografía consultada por si desea profundizar en alguna temática

# Propósitos generales de Física III

El alumno será capaz de:

- Describir el comportamiento mecánico de un sistema compuesto por cuerpos rígidos y/o fluidos.
- Emplear la herramienta vectorial como apoyo de los aprendizajes que lo requieran.
- Utilizar la experimentación como elemento esencial en el aprendizaje de la mecánica del cuerpo rígido o de un fluido.
- Emplear modelos matemáticos a partir de resultados experimentales, que expresen relaciones entre las magnitudes que caracterizan movimientos de cuerpos rígidos y de fluidos.
- Resolver situaciones o problemas donde se manifiesten: procesos de transmisión o de conservación de masa, energía traslacional y rotacional, momento lineal y momento angular.
- Desarrollar y presentar proyectos de investigación escolar, ya sean experimentales, de campo, de desarrollo tecnológico o documentales, relativos al curso y que respondan a sus intereses.
- Reconocer la trascendencia y el impacto en la sociedad de la mecánica de cuerpos rígidos y/o fluidos.

# Contenido

<b>Presentación</b> .....	2
<b>Propósitos generales de Física III</b> .....	3
<b>FÍSICA III</b> .....	6
<b>Unidad 1. Sistemas de cuerpos rígidos</b> .....	6
Presentación:.....	6
Propósitos:.....	6
Sesión 1.....	7
Sesión 2.....	18
Sesión 3.....	22
Sesión 4.....	28
Sesión 5.....	41
Sesión 6.....	54
<b>Unidad 2. Sistema de fluidos</b> .....	61
Presentación:.....	61
Propósitos:.....	61

Sesión 7.....	62
Sesión 8.....	76
Sesión 9.....	86
Sesión 10.....	94
<b>Bibliografía.....</b>	<b>99</b>

# FÍSICA III

## Unidad 1. Sistemas de cuerpos rígidos

### Presentación:

En Física, se entiende por sistema, una entidad material formada por componentes organizados que interactúan de forma tal que las propiedades del conjunto no pueden deducirse por completo de las propiedades de las partes.

En esta unidad se estudian los fundamentos de la mecánica rotacional de cuerpos rígidos, mediante el empleo de los conceptos como: el centro de masa, fuerza, momento de torsión, energía de traslación y de rotación, cantidad de movimiento lineal y angular; haciendo énfasis en su carácter vectorial.

El estudio propedéutico y análisis de los conceptos, leyes de la dinámica y de conservación de la energía, ayudan a explicar el funcionamiento de dispositivos mecánicos como giróscopos, máquinas y herramientas en la industria, en la salud y en los deportes; así como los movimientos planetarios o de otros cuerpos celestes.

### Propósitos:

Al finalizar la unidad el alumno:

- Describirá el movimiento de un cuerpo rígido.
- Comprenderá el comportamiento mecánico de los cuerpos rígidos con base en las leyes de la dinámica y los principios de conservación.
- Resolverá situaciones y problemas referentes al movimiento de cuerpos rígidos mediante el empleo de las leyes de la mecánica y la aplicación de la herramienta vectorial necesaria, que le ayuden a comprender el funcionamiento de dispositivos mecánicos de uso común.

# Sesión 1

Aprendizaje	Temática
<b>El Alumno:</b>  1. <b>Aplica</b> los conceptos de frecuencia y periodo de rotación al cálculo de la rapidez lineal de un objeto en el movimiento circular uniforme.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Movimiento Circular Uniforme.</li><li>• Rapidez lineal.</li><li>• Rapidez angular.</li></ul>

## ***Introducción***

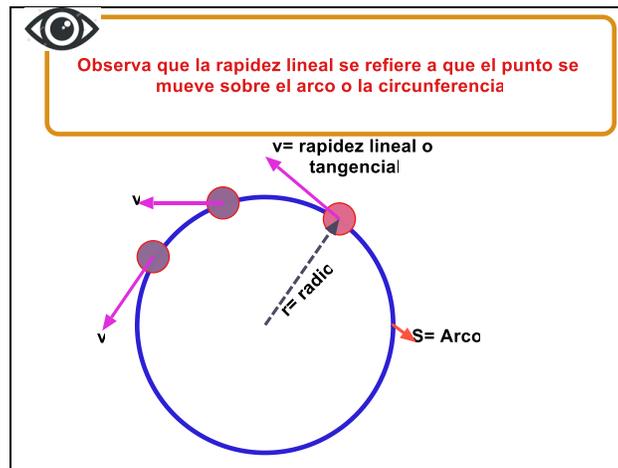
Un objeto rígido o cuerpo rígido es aquel que tiene una forma definida que no cambia, por lo que las partículas que lo componen permanecen en posiciones fijas entre sí. Cualquier objeto real es capaz de vibrar o de deformarse cuando se ejerce una fuerza sobre él. Aunque, los efectos en general son muy pequeños, por lo que el concepto de un objeto rígido ideal es muy útil como una buena aproximación.

## ***Movimiento Circular Uniforme (MCU)***

Describimos el movimiento como la tasa de cambio de posición con el tiempo, cuando a este se le llama Movimiento Circular Uniforme (MCU) es debido a tiene una trayectoria circular y su rapidez angular es constante.

**Actividad 1.** Mediante lluvia de ideas describa otras características del MCU

**Rapidez lineal o tangencial:** Es la rapidez con que se mueve un punto a lo largo de una trayectoria circular (Ver Figura 1).



**Figura 1. Rapidez lineal**

$$v = \frac{\Delta S}{t}$$

**Ecuación 1. Rapidez lineal**

**Donde:**

$v = \text{rapidez lineal o tangencial [m]}$

$\Delta S = \text{Arco [m]}$

$t = \text{tiempo [s]}$

Antes de definir rapidez angular hay que definir al **desplazamiento angular** o **ángulo** su unidad en el S.I. es el radian o radianes (rad) y es la relación entre el arco y el radio que se a trazado su expresión matemática es la siguiente:

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta S}{r}$$

**Ecuación 2. Desplazamiento angular**

**Donde:**

$\Delta \varphi = \text{desplazamiento angular [radian, grados, revoluciones]}$

$\Delta S = \text{Arco [m]}$

$t = \text{tiempo [s]}$

Asimismo, el radian es el ángulo cuya longitud del arco es igual al radio.

$$\text{Revolución} = 2\pi \text{rad} = 360^\circ$$

**Ejemplo**

¿Cuánto equivalen 40 revoluciones a radianes?

**Solución:**

$$40 \text{ rev} \left( \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \right) = 251.32 \text{ rad}$$

**Actividad 2.** Realiza las siguientes conversiones

25 rad a rev

35° a rad

$\frac{1}{4}$  rad a grados

180 grados a rad

342° a rev

**Rapidez angular:** Es el ángulo barrido, en un intervalo de tiempo (Ver Figura 2).

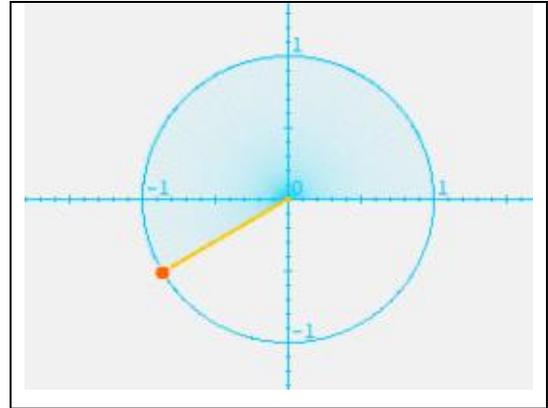


Figura 2. Rapidez angular

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{t}$$

Ecuación 3. Rapidez angular

Donde:

$\omega$  = rapidez angular [rad]

$\Delta \phi$  = desplazamiento angular [radian, grados, revoluciones]

$t$  = tiempo [s]

**¿Por qué es importante diferenciar entre rapidez lineal y rapidez angular?**

Imagina la siguiente situación Pedro y Luis inician y terminan al mismo tiempo una carrera en donde las pistas tienen una trayectoria circular, pero de diferentes radios como muestra la figura 4.

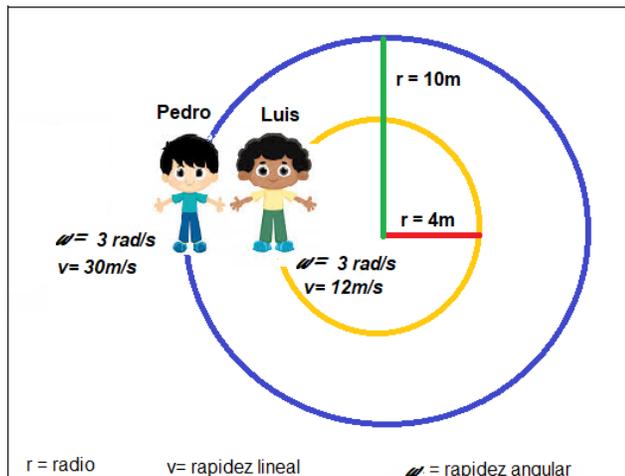


Figura 4. Relación entre rapidez lineal y rapidez angular

**Actividad 3. Contesta las siguientes preguntas en relación de la Figura 4**

1. ¿Compara los valores de la rapidez angular de Pedro y Luis? y Explica que sucede

2. ¿Compara los valores de la rapidez lineal de Pedro y Luis? y Explica que sucede

3. Existe alguna relación entre la rapidez lineal y angular, si es así menciona cual es:

4. Encuentra la expresión matemática que relaciona la rapidez lineal y angular. **Nota: Puedes apoyarte de las ecuaciones 1, 2 y 3.**

## ***El MCU un movimiento periódico***

**Período:** Es el tiempo que se requiere para a completar **un ciclo** o una revolución. Se representa con la letra T y se mide en segundos.

$$T = \frac{1}{f}$$

**Ecuación 4. Período**

**Donde**

$T = \text{Período [s]}$

$f = \text{Frecuencia [Hertz o Hercio, Hz]}$

**Frecuencia:** Es el número de ciclos que da un móvil en un segundo.

$$f = \frac{1}{T}$$

**Ecuación 5. Frecuencia**

**Donde**

$T = \text{Período [s]}$

$f = \text{Frecuencia [Hertz o Hercio, Hz]}$

**Actividad 4. Resuelve los siguientes problemas escribe todo el procedimiento**

1. Un ventilador gira a una tasa de 900 rpm (rev/min). a) Calcule la rapidez angular de cualquier punto que se encuentre sobre las aspas del ventilador. b) Determine la rapidez tangencial del extremo del aspa, si la distancia desde el centro al extremo es de 20.0 cm.

2. Una banda pasa por una rueda de 25 cm de radio, si un punto en la banda tiene una rapidez de 5.0 m/s, ¿Qué tan rápido gira la rueda?

3. Se desea que el contorno exterior de una rueda de molino de 9.0 cm de radio se mueva a una tasa constante de 6.0 m/s. a) Determine la rapidez angular de la rueda. b) ¿Cuántos metros de cordón se pueden enredar en la cara lateral de la rueda en 3 s cuando gira con esta rapidez?

**El Alumno:**

2. Utiliza los conceptos de aceleración y fuerza centrípetas en la resolución de problemas para explicar la relación con el movimiento circular uniforme y otros sistemas no inerciales, así como contrastar modelos matemáticos con la realidad.

- Aceleración centrípeta
- Fuerza centrípeta.

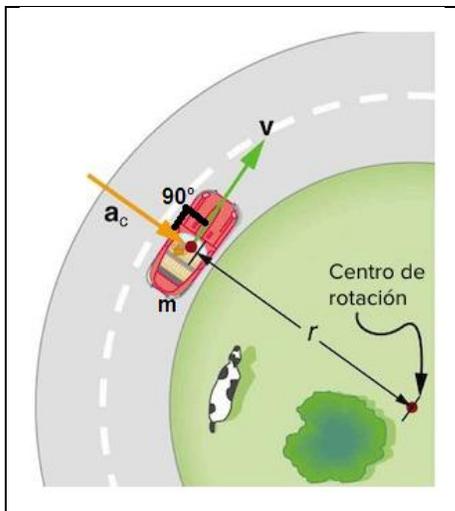
***Aceleración y fuerza centrípeta***

Figura 5. Aceleración centrípeta

**Aceleración centrípeta ( $a_c$ ):** Una masa puntual “ $m$ ” que se mueve con rapidez constante y en un círculo de radio “ $r$ ” experimenta aceleración. Aunque la magnitud de su velocidad lineal no cambia, la dirección de la velocidad cambia continuamente. Este cambio en la velocidad da origen a una aceleración “ $a_c$ ” de la masa, dirigida hacia el centro del círculo, a esta aceleración se le llama **aceleración centrípeta** (Ver Figura 5).

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

Ecuación 6. Aceleración centrípeta

**Donde:**

$a_c$  = aceleración centrípeta  $\left[\frac{m}{s^2}\right]$

$v$  = rapidez lineal o tangencial  $[m]$

$r$  = radio  $[m]$

$\omega$  = rapidez angular  $[rad]$

**Actividad 5.** Con respecto a la Figura 1 describe la dirección de la aceleración centrípeta y compara tu respuesta con otros compañeros.

**Fuerza centrípeta ( $F_c$ ):** Es la fuerza que debe actuar sobre una masa “ $m$ ” que se mueve en una trayectoria circular de radio “ $r$ ” para proporcionarle la aceleración centrípeta.

$$F_c = (m)(a_c)$$

**Ecuación 7. Fuerza centrípeta**

**Donde:**

$F_c$ = Fuerza centrípeta [Newton]

$m$ = masa [kg]

$a_c$ = aceleración centrípeta  $\left[\frac{m}{s^2}\right]$

**Actividad 6.** Con respecto a la ecuación 1 de la aceleración centrípeta sustituye en la ecuación 2 y encuentra las otras dos expresiones para determinar la fuerza centrípeta.

Expresión 1	Expresión 2

**Actividad 7. Resuelve los siguientes problemas escribe todo el procedimiento**

1. Una pelota de 150 g unida a una cuerda gira de manera uniforme en un círculo horizontal de 0.6 m de radio, la pelota da 2 revoluciones en un segundo. a) ¿Cuál es su aceleración centrípeta? Y b) Determine la fuerza sobre la pelota en rotación (en horizontal)

2. La órbita casi circular de la Luna alrededor de la Tierra tiene un radio aproximado de 384,000 km y un periodo T de 27.3 días. Determine la aceleración de la Luna hacia la Tierra.

# Sesión 2

Aprendizaje	Temática
<b>El Alumno:</b>  4. Interpreta las consecuencias de la ley de la gravitación universal.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Gravitación Universal de Newton.</li><li>• Campo gravitacional y peso.</li><li>• Leyes de Kepler.</li></ul>

## ***La constante G de la gravitación universal***

La forma de proporcionalidad de la ley de la gravitación universal se puede expresar como igualdad, cuando se introduce la constante de proporcionalidad G, que se llama constante universal de la gravitación. Entonces la ecuación es la siguiente:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

**Ecuación 8. Fuerza de la gravedad entre dos cuerpos**

**Donde:**

*F= Fuerza de la gravedad entre dos cuerpos [N]*

*G= Constante de la gravitación universal=  
6.67x10<sup>-11</sup>Nm<sup>2</sup>/Kg<sup>2</sup>*

*m<sub>1</sub>= Masa del primer cuerpo [Kg]*

*m<sub>2</sub>= Masa del segundo cuerpo [Kg]*

*r= La distancia de separación entre los centros de los dos cuerpos [m]*

Henry Cavendish, físico inglés, midió G por primera vez, en el siglo XVIII, mucho después de los días de Newton. Lo hizo midiendo la diminuta fuerza entre masas de plomo, con una balanza de torsión extremadamente sensible. El valor de G nos indica que la fuerza de gravedad es muy débil. Es la más débil de las cuatro fuerzas fundamentales que se conocen hasta ahora (Las otras tres son la fuerza electromagnética y dos clases de fuerzas nucleares). Se siente la gravitación sólo cuando intervienen masas gigantescas, como la de la Tierra.

**Actividad 8.** Aplica la ley de la Gravitación Universal y completa la siguiente tabla.

	Masa [kg] Kg x 10 <sup>23</sup>	Distancia [Km] Km x 10 <sup>6</sup>	Fuerza de la gravedad con respecto al sol
Sol	19890000	-----	-----
Tierra	59.7	150	
Urano	868.6	2871	

### ***Leyes de Kepler***

El astrónomo alemán Johannes Kepler (1571-1630) formuló las tres famosas leyes que llevan su nombre después de analizar un gran número de observaciones realizadas por Tycho Brahe (1546-1601) de los movimientos de los planetas, sobre todo de Marte.

Kepler, haciendo cálculos sumamente largos, encontró que había discrepancias entre la trayectoria calculada para Marte y las observaciones de Tycho, diferencias que alcanzaban en ocasiones los 8 minutos de arco (las observaciones de Tycho poseían una exactitud de alrededor de 2 minutos de arco)

Estas diferencias lo llevaron a descubrir cuál era la verdadera órbita de Marte y los demás planetas del Sistema Solar.

## Primera ley de Kepler “Órbitas elípticas”

Las órbitas de los planetas son elipses que presentan una pequeña excentricidad y en donde el Sol se localiza en uno de sus focos.

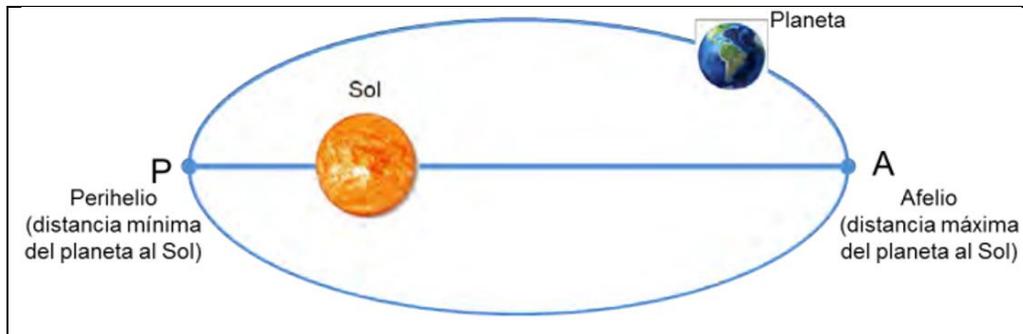


Figura 6. Primera Ley de Kepler

## Segunda ley de Kepler “Ley de las áreas”

Las áreas barridas por el radio vector que une a los planetas al centro del Sol son iguales a tiempos iguales.

La velocidad orbital de un planeta (velocidad a la que se desplaza por su órbita) es variable, de forma inversa a la distancia al Sol: a mayor distancia la velocidad orbital será menor, a distancias menores la velocidad orbital será mayor. La velocidad es máxima en el punto más cercano al Sol (perihelio) y mínima en su punto más lejano (afelio).

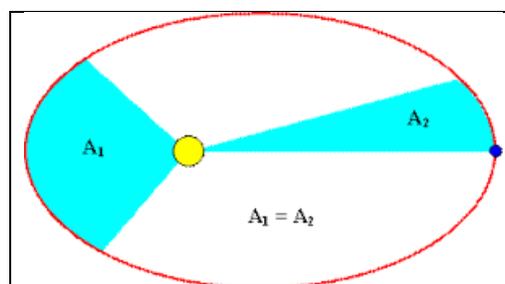


Figura 7. Segunda ley de Kepler

### Tercera ley de Kepler “Ley armónica”

Los cuadrados de los períodos orbitales sidéreos de los planetas son proporcionales a los cubos de sus distancias medias al Sol.

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3}$$

**Donde:**

*T<sub>1</sub> y T<sub>2</sub> = Son los períodos orbitales*

*r<sub>1</sub> y r<sub>2</sub> = Las distancias a las cuales orbitan del cuerpo central*

**Ecuación 9. Tercera ley de Kepler**

**Actividad 9.** Calcula la masa del Sol a partir del periodo de traslación de la Tierra. Distancia entre la Tierra y el Sol, 149 millones de kilómetros.

**Nota:** Para resolverlo aplica la ley de la gravitación universal y considera que la Fuerza es igual a la masa de la tierra por la aceleración centrípeta.



# Sesión 3

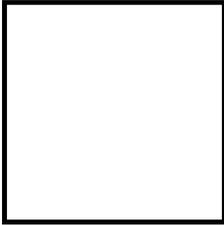
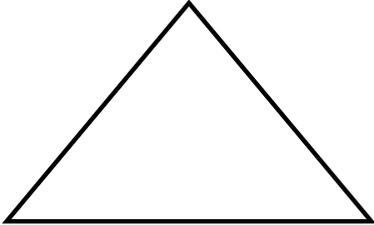
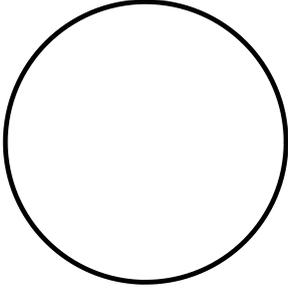
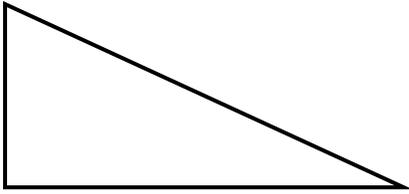
Aprendizaje	Temática
<b>El Alumno:</b>  5. Determina el centro de masa de un sistema de cuerpos rígidos	<ul style="list-style-type: none"><li>• Centro de masa.</li><li>• Condiciones de equilibrio rotacional y traslacional.</li></ul>

## Tarea 1. Investiga los siguientes conceptos

Conceptos	Definición	Fórmula
Centroide		
Centro de masa		
Centro de gravedad		

--	--	--

**Tarea 2. Investiga en donde se encuentra el centroide de las siguientes Figuras.**

<b>Rectángulo</b>	<b>Cuadrado</b>
	
<b>Triángulo</b>	<b>Círculo</b>
	
<b>Triángulo rectángulo</b>	
	

Actividad 10. Determina el centroide de la Figura 8 y la Figura 9 para ello utiliza la información de la tarea 2.

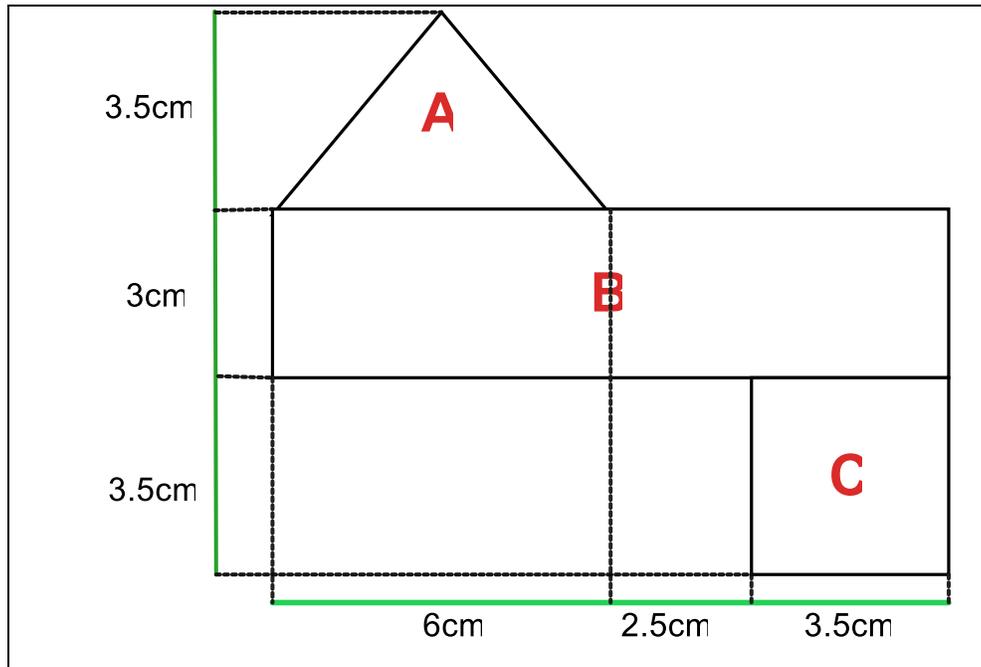


Figura 8

Figura	Coordenadas del centroide (x, y)	Área (cm <sup>2</sup> )	Multiplicar la coordenada X con el área. (A <sub>x</sub> )	Multiplicar la coordenada Y con el área. (A <sub>y</sub> )
--------	----------------------------------	-------------------------	--	--

A				
B				
C				
	Área total	At=	ΣAx=	ΣAy=
		Centroide	$\frac{\sum Ax}{At} =$	$\frac{\sum Ay}{At} =$

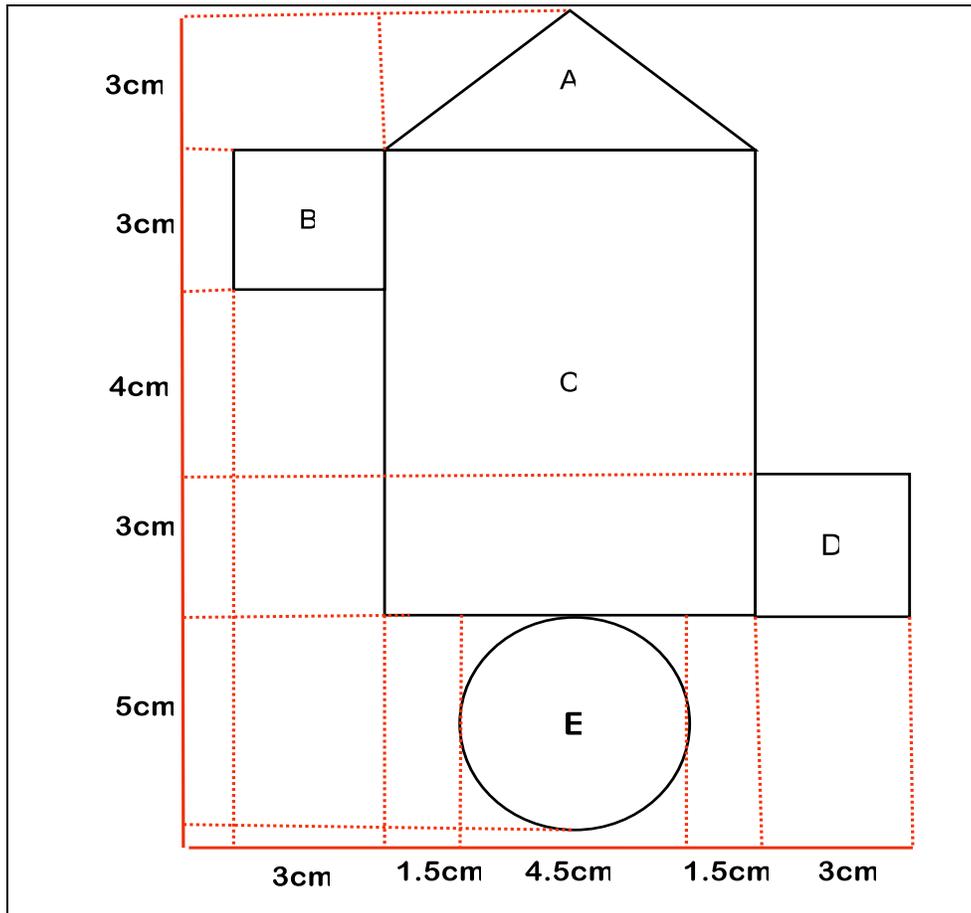


Figura 9

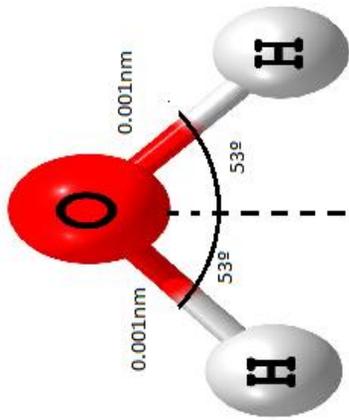
Figura    Coordenadas    Área    Multiplicar    la    Multiplicar    la  
del centroide    (cm<sup>2</sup>)    la    coordenada X con    coordenada Y con  
(x, y)    el área. (A<sub>x</sub>)    el área. (A<sub>y</sub>)

A				
B				
C				
D				
E				
Área total	At=	ΣAx=	ΣAy=	
Centroide	$\frac{\sum Ax}{At} =$	$\frac{\sum Ay}{At} =$		

### Actividad 11. Realiza el siguiente procedimiento

1. Dibuja las figuras anteriores en cartulina o cartón exactamente con las medidas que se especifican.
2. Recorta las Figuras por el contorno de estas.
3. Con ayuda de hilo y aguja insértalo en cualquier extremo de la figura. (te debe quedar una especie de collar).
4. Cuando hayas terminado el paso anterior pide apoyo al profesor para determinar el centroide de las Figuras de cartón.
5. Finalmente, cuando compares los resultados obtenidos con los que calculaste en la actividad 10.

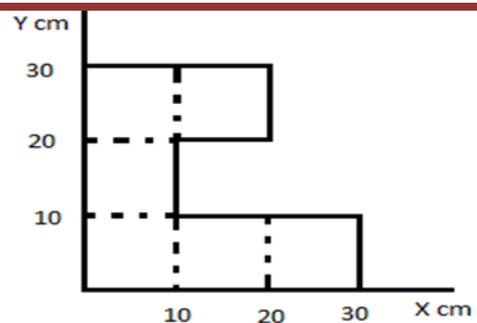
### Actividad 12. Resolución de problemas



1. Una molécula del agua está formada por un átomo de oxígeno y dos átomos de hidrógeno unidos a él de acuerdo con la figura y a partir de ella determina el centro de masa.

2. La masa de la tierra es de  $5.98 \times 10^{24} \text{kg}$  y la masa de la Luna es  $7.36 \times 10^{22} \text{kg}$ . La distancia de la separación medida entre sus centros es  $3.84 \times 10^8 \text{m}$ . Localice el centro de masa de la Tierra-luna, medido desde el centro de la tierra.

3. Una pieza uniforme de acero tiene la siguiente forma determine el centro de masa.



# Sesión 4

Aprendizajes	Temática
Aplica el desplazamiento, la velocidad y la aceleración angular a la resolución de problemas	<ul style="list-style-type: none"><li>• Desplazamiento angular</li><li>• Velocidad angular</li><li>• Aceleración angular</li></ul>

## **Desplazamiento angular**

El desplazamiento angular de un cuerpo describe la cantidad de rotación. Si el punto A en el disco giratorio de la Figura gira sobre su eje hasta el punto B, el desplazamiento angular se denota por el ángulo  $\theta$ .

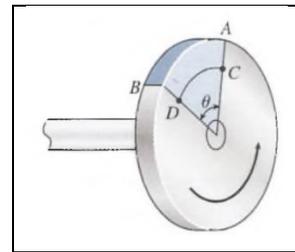


Figura 10. Desplazamiento angular

Hasta ahora, los ángulos se han medido en grados. Sin embargo, en trabajos científicos es frecuente que los ángulos se midan en radianes (rad) en lugar de grados para simplificar ciertas ecuaciones. Con referencia a la Figura, cuando la longitud de arco  $s$  es igual al radio  $r$ , el ángulo  $\theta$  recorrido por  $r$  es igual a un radian. En general, cualquier ángulo  $\theta$  medido en radianes está definido por la relación.

$$\theta = \frac{s}{r}$$

Ecuación 10. Desplazamiento angular

Donde:

$\theta$  = desplazamiento angular (rad)

$s$  = arco recorrido (m)

$r$  = radio (m)

El radian es un numero puro sin dimensiones. Esto se puede ver de la ecuación 1, porque  $\theta$  es la razón entre una longitud de arco y el radio del circulo también es una longitud.

El factor de conversión que permite relacionar radianes con grados se encuentra considerando un arco de longitud  $s$  igual a la circunferencia de un círculo  $2\pi r$ .

Dicho ángulo en radianes se obtiene de la ecuación 1.

$$\theta = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi r$$

Así tenemos:

$$1 \text{ rev} = 360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

De donde se observa que:

$$1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} = 57.3^\circ$$

### Ejemplo

Si la longitud del arco es 6ft y el radio es de 10ft, calcule el desplazamiento angular  $\theta$  en radianes, grados y revoluciones.

Solución: Sustituyendo en la ecuación desplazamiento angular

$$\theta = \frac{s}{r} = \frac{6ft}{10ft} = 0.6 \text{ rad}$$

Convirtiendo a grados:

$$\theta = (0.6 \text{ rad}) \frac{57.3^\circ}{1 \text{ rad}} = 34.4^\circ$$

Si sabemos que:

$$1 \text{ rev} = 360^\circ$$

$$\theta = (34.4^\circ) \frac{1 \text{ rev}}{360^\circ} = 0.0956 \text{ rev}$$

## Ejemplo

Una rueda de una bicicleta da 4.50 revoluciones. ¿Cuántos radianes ha girado?

Solución:

Si sabemos que:

$$1 \text{ revolución} = 360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

$$4.50 \text{ revoluciones} = (4.5 \text{ rev}) \left( 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{rev}} \right) = 9.0 \pi \text{ rad} = 28.3 \text{ rad}$$

## Velocidad angular

A la razón del cambio del desplazamiento angular con respecto al tiempo se le llama velocidad angular. Por lo tanto, si un objeto gira a través de un ángulo  $\theta$  en un tiempo  $t$ , su velocidad angular media está dada por:

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

**Ecuación 11. Velocidad angular**

**Donde:**

$\omega = \text{velocidad angular (rad/s)}$

$\theta = \text{desplazamiento angular (rad)}$

$t = \text{tiempo (s)}$

Puesto que la velocidad de rotación en gran número de problemas técnicos se expresa en términos de la frecuencia de revoluciones, se tiene que:

$$\omega = 2\pi f$$

Donde  $\omega$  se mide en radianes por segundo y  $f$  se mide en revoluciones por segundo.

## Ejemplo

La rueda de una bicicleta tiene un diámetro de 66cm y da 40 revoluciones en 1 min. a) ¿Cuál es su velocidad angular? b) ¿Qué distancia lineal se desplazará la rueda?

Solución

a) La velocidad angular depende de la frecuencia de rotación.

Si sabemos que:

$$f = \left(\frac{40 \text{ rev}}{\text{min}}\right) \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}\right) = 0.667 \text{ rev/s}$$

Sustituyendo en (3) se obtiene la velocidad angular.

$$\omega = (2\pi \text{ rad})(0.667 \text{ rev/s}) = 4.19 \text{ rad/s}$$

Solución

b) El desplazamiento lineal  $s$  se puede calcular a partir del desplazamiento angular  $\theta$  en radianes.

$$\theta = \left(\frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}}\right) (40 \text{ rev}) = 251 \text{ rad}$$

Despejando  $s$  de la ecuación 1, se obtiene

$$s = \theta r = (251 \text{ rad})(0.33 \text{ m}) = 82.8 \text{ m}$$

## Ejemplo

Calcule la velocidad angular de la tierra. a) En su órbita alrededor del sol.  
b) En torno a su eje.

Solución a) La tierra hace su recorrido alrededor del sol durante un año.

$$1 \text{ día} = 86400 \text{ s}$$

$$365 \text{ días} = 3.154 \times 10^7 \text{ s}$$

$$\omega_{\text{órbita}} = \frac{\theta}{t} = \left( \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ año}} \right) \left( \frac{1 \text{ año}}{3.154 \times 10^7 \text{ s}} \right) = 1.99 \times 10^{-7} \text{ rad/s}$$

Solución b)

$$\omega_{\text{rotación}} = \frac{\theta}{t} = \left( \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ día}} \right) \left( \frac{1 \text{ día}}{86400 \text{ s}} \right) = 7.27 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

## Aceleración angular

Al igual que el movimiento lineal, el movimiento rotacional puede ser uniforme o acelerado. La rapidez de la rotación puede aumentar o disminuir bajo la influencia de un momento de torsión resultante. Por ejemplo, si la velocidad angular cambia de un valor inicial  $\omega_o$  a un valor final  $\omega_f$  en un tiempo  $t$ , la aceleración angular es:

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_o}{t}$$

Ecuación 11. Aceleración angular

Donde :

$\alpha$  = aceleración angular (rad/s<sup>2</sup>)

$\omega_f$  = velocidad angular final (rad/s)

$\omega_o$  = velocidad angular inicial (rad/s)

$t$  = tiempo (s)

### Ejemplo

Un volante aumenta su velocidad de rotación de 6 a 12 rev/s en 8s. ¿Cuál es su aceleración angular?

Solución: Calcularemos primero las velocidades angulares inicial y final.

$$\omega_o = 2\pi f = \left(\frac{2\pi \text{ rad}}{\text{rev}}\right) \left(\frac{6 \text{ rev}}{\text{s}}\right) = 12\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega_f = 2\pi f = \left(\frac{2\pi \text{ rad}}{\text{rev}}\right) \left(\frac{12 \text{ rev}}{\text{s}}\right) = 24\pi \text{ rad/s}$$

Cálculo de la aceleración angular

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_o}{t} = \frac{24\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} - 12\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{8\text{s}} = 1.5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 4.71 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

### Ejemplo

Un CD acelera uniformemente desde el reposo hasta su rapidez operativa de 500 rpm en 3.50 s. Calcule la aceleración angular del CD a) Durante este lapso, b) Al término de este lapso, c) Si el CD se detiene uniformemente en 4.50 s, ¿qué aceleración angular tendrá entonces?

Solución a)  $\omega_o = 0$

$$\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{rev}} \left(\frac{500\text{rev}}{1 \text{ min}}\right) \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}\right) = 52.33 \text{ rad/s}$$

$$t = 3.50 \text{ s (para arrancar)} \quad t = 4.50 \text{ s (para detenerse)}$$

La aceleración angular es:  $\alpha = \frac{\omega_f - \omega_o}{t} = \frac{52.33 \frac{\text{rad}}{\text{s}} - 0}{4.50 \text{ s}} = -11.63 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$

Solución b) Una vez que el CD alcanza su rapidez operativa, la velocidad angular se mantiene constante, por lo tanto,  $\alpha = 0$

Solución c) Las velocidades angulares inicial y final, son ahora:

$$\omega_o = 500 \text{ rpm} = 52.33 \text{ rad/s}$$

$$\omega_f = 0$$

La aceleración angular es:

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_o}{t} = \frac{0 - 52.33 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{4.50 \text{ s}} = -11.63 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Nota: El signo menos indica que la aceleración angular tiene la dirección opuesta a la de la velocidad angular (que se toma como positiva).

**Actividad. Resuelve los siguientes problemas.**

1.-Un cable está enrollado en torno de un carrete de 80 cm de diámetro. ¿Cuántas revoluciones de este carrete se requieren para que un objeto atado al cable recorra una distancia rectilínea de 2 m? b) ¿Cuál es el desplazamiento angular?

2.-Un localizado en el borde de una gran rueda cuyo radio es 3 m se mueve en un ángulo de  $37^\circ$ . Halle la longitud del arco descrito por ese punto.

3.-Un motor eléctrico gira a 600 rpm. a) ¿Cuál es su velocidad angular?, b) ¿Cuál es el desplazamiento angular después de 6 s?

4. – El rotor de un helicóptero gira a una velocidad angular de  $3.20 \times 10^2$  revoluciones por minuto (en este texto se utiliza a veces la abreviación rpm, aunque en la mayoría de los casos se usara re/in a) exprese esta velocidad angular en radianes por segundo. B) si el rotor tiene un radio de 2 m, ¿qué longitud de arco recorre el extremo del aspa en  $3 \times 10^2$ s?

## Analogías de parámetros lineales y angulares

Las ecuaciones para la aceleración angular tienen la misma forma básica que los que se obtuvieron para la aceleración lineal si establecemos las siguientes analogías:

$$S \text{ (m)} \longleftrightarrow \theta \text{ (rad)}$$

$$v \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \longleftrightarrow \omega \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$

$$a \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right) \longleftrightarrow \alpha \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right)$$

El tiempo, es el mismo para ambos tipos de movimiento y se mide en segundos. La siguiente tabla ilustra las similitudes entre el movimiento rotacional y lineal.

Tabla. Parámetros lineales y angulares.

Aceleración lineal constante	Aceleración angular constante
1) $s = \frac{v_0 + v_f}{2} t$	$\theta = \frac{\omega_f + \omega_0}{2} t$
2) $v_f = v_0 + at$	$\omega_f = \omega_0 + \alpha t$
3) $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
4) $s = v_f t - \frac{1}{2} at^2$	$\theta = \omega_f t - \frac{1}{2} \alpha t^2$
5) $2as = v_f^2 - v_0^2$	$2\alpha\theta = \omega_f^2 - \omega_0^2$

## Ejemplo

Una rueda de esmeril que gira inicialmente con una velocidad angular de 6 rad/s recibe una aceleración constante de 2 rad/s<sup>2</sup>. a) ¿Cuál será su desplazamiento angular en 3 s?, b) ¿Cuántas revoluciones habrá dado?, c) ¿Cuál es su velocidad angular final?

Solución a) El desplazamiento angular está dado por:

$$\theta = \omega_o t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\theta = \left(6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) (3 \text{ s}) + \frac{1}{2} \left(2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right) (3 \text{ s})^2 = 18 \text{ rad} + 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} (9 \text{ s}^2)$$

$$\theta = 27 \text{ rad}$$

Solución b) Puesto que:

$$1 \text{ rev} = 2\pi \text{ rad}$$

$$\theta = 27 \text{ rad} \left( \frac{1 \text{ rev}}{2\pi \text{ rad}} \right) = 4.30 \text{ rev}$$

Solución c)

$$\omega_f = \omega_o + \alpha t$$

$$\omega_f = 6 \frac{\text{rad}}{\text{s}} + \left(2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right) (3 \text{ s}) = 12 \text{ rad/s}$$

## Ejemplo

Una rueda de 35 cm de diámetro acelera uniformemente desde 240 hasta 360 rpm en 6.5 s. ¿Qué tanta distancia habrá recorrido en este tiempo un punto en el extremo de la rueda?

Solución: Primero obtenemos la velocidad angular media

$$\omega = \frac{\omega + \omega_o}{2} = \frac{240 \text{ rpm} + 360 \text{ rpm}}{2} = 300 \text{ rpm}$$

Cálculo del desplazamiento

$$\theta = \omega t = 300 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \left( \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right) (6.5 \text{ s}) = 32.5 \text{ rev}$$

Si sabemos que:  $1 \text{ rev} = 2\pi \text{ rad}$

$$32.5 \text{ rev} \left( \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{rev}} \right) = 204.1 \text{ rad}$$

Por lo tanto, si la rueda tiene 33 cm de diámetro; tiene un radio de 16.5 cm.

$$s = r\theta = (0.165 \text{ m})(204.1 \text{ rad}) = 33.7 \text{ m}$$

La distancia que recorre la rueda es de 33.7 m.

**Actividad.** Conteste las siguientes preguntas

1. ¿Qué se entiende por desplazamiento angular?

2. Menciona algunos ejemplos donde se presente el desplazamiento angular.

3. ¿Qué se entiende por velocidad angular?

4. ¿Cómo se relaciona la velocidad lineal y la velocidad angular?

5. Menciona algunos ejemplos donde se presente la velocidad angular.

6. ¿En qué consiste la aceleración angular?

**Actividad: Resuelve los siguientes problemas**

1.-Un trozo cilíndrico de material de 6 in de diámetro gira en un torno a 800 rev/min. ¿Cuál es la velocidad lineal en la superficie del cilindro?

2.-Una rueda gira inicialmente a 6 rev/s y después se somete a una aceleración angular constante de  $4 \text{ rad/s}^2$ . a) ¿Cuál es su velocidad angular después de 5 s?, b) ¿Cuántas revoluciones completará la rueda?

3.-Una polea de 320 mm de diámetro gira inicialmente a 4 rev/s, y luego recibe una aceleración angular constante de  $2 \text{ rad/s}^2$ . a) ¿Cuál es la velocidad lineal de una correa montada en dicha polea al cabo de 8 s?, b) ¿Cuál es la aceleración tangencial de la correa?

# Sesión 5

Aprendizajes	Temática
Determina el momento de inercia de un sistema discreto de cuerpos.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Momento de inercia.</li></ul>
Resuelve problemas que involucren el momento de inercia de cuerpos sólidos regulares.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Momento de inercia de cuerpos sólidos.</li></ul>

## ***Momento de inercia y Energía cinética rotacional***

### ***Momento de inercia***

Sabemos que una partícula que se mueve en un círculo de radio  $r$  tiene una velocidad lineal dada por:

$$v = \omega r$$

**Ecuación. Velocidad lineal**

**Donde:**

$v =$  velocidad lineal (m/s)

$\omega =$  velocidad angular (rad)

$r =$  radio (m)

Si la partícula tiene una masa  $m$ , tendrá una energía cinética que se obtiene por:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2r^2$$

**Ecuación. Energía cinética rotacional**

**Donde:**

$E_k =$  energía cinética rotacional (J)

$m =$  masa (kg)

$v =$  velocidad (m/s)

$w =$  velocidad angular (rad)

$r =$  radio (m)

Un cuerpo rígido como el de la figura se puede considerar formado por muchas partículas de diferentes masas localizadas a diversas distancias del eje de rotación 0.

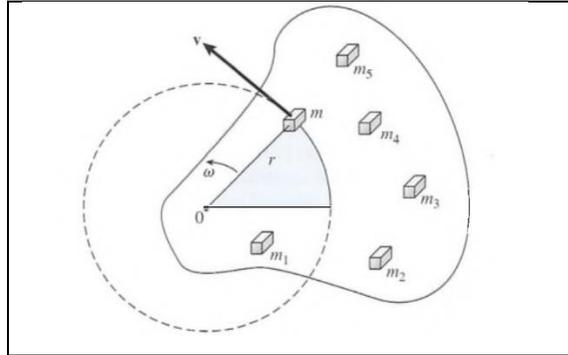


Figura 11. Cuerpo rígido

La energía cinética total de un cuerpo será entonces la suma de las energías cinéticas de cada partícula que forma el cuerpo. Así:

$$E_k = \sum \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$$

Puesto que la constante  $\frac{1}{2}$  y la velocidad angular  $\omega$  son las mismas para todas las partículas, se puede reorganizar la ecuación anterior y obtener:

$$E_k = \frac{1}{2} \left( \sum m r^2 \right) \omega^2$$

La cantidad entre paréntesis,  $\sum m r^2$ , tiene el mismo valor para un cuerpo dado independientemente de su estado de movimiento. Se define esta cantidad como el momento de inercia y se representa por  $I$ :

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots$$

$$I = \sum m r^2$$

La unidad de del SI para el  $I$  es el  $kg \cdot m^2$ .

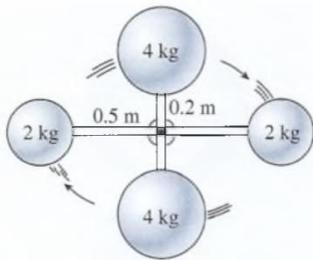
Utilizando esta definición, podemos expresar la energía cinética rotacional de un cuerpo en

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$$

términos de su momento de inercia y de su velocidad angular:

*La unidad de medición de la energía cinética se expresa en Joules.*

### Ejemplo



Calcule el momento de inercia para el sistema ilustrado en la siguiente figura. El peso de las barras que unen las masas es despreciable y el sistema gira con una velocidad angular de 6 rad/s. ¿Cuál es la energía cinética rotacional?

Solución:

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + m_4 r_4^2$$

$$I = 2 \text{ kg}(0.5 \text{ m})^2 + 4 \text{ kg}(0.2 \text{ m})^2 + 2 \text{ kg}(0.5 \text{ m})^2 + 4 \text{ kg}(0.2 \text{ m})^2$$

$$I = 0.50 \text{ kgm}^2 + 0.16 \text{ kgm}^2 + 0.50 \text{ kgm}^2 + 0.16 \text{ kgm}^2$$

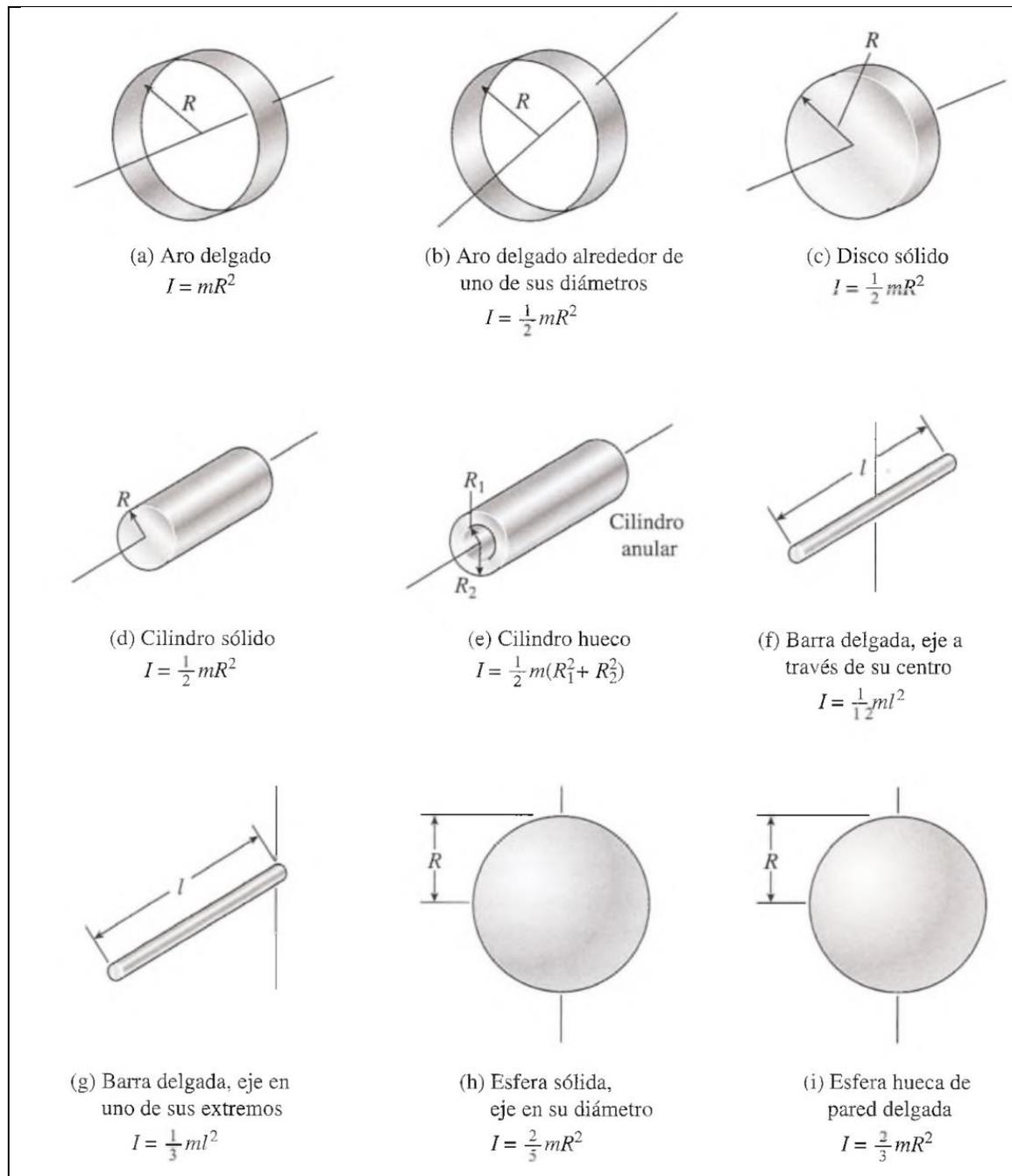
$$I = 1.32 \text{ kgm}^2$$

La energía cinética rotacional está dada por:

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} (1.32 \text{ kgm}^2) \left(6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2$$

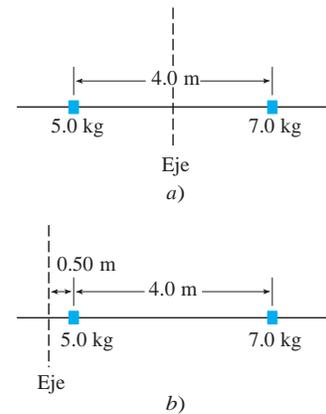
$$E_k = 23.8 \text{ J}$$

En la siguiente figura se muestran algunos casos sencillos, junto con las fórmulas para calcular sus momentos de inercia.



## Ejemplo

Dos pequeños “pesos”, de 5.0 kg y 7.0 kg de masa, se colocan separados 4.0 m sobre una barra ligera (cuya masa es despreciable), como se ilustra en la siguiente figura. Calcule el momento de inercia del sistema a) cuando gira en torno a un eje a la mitad entre los pesos (figura a), b) cuando gira en torno a un eje a 0.50 m a la izquierda de la masa de 5.0 kg (figura b).



Solución a)

Ambos pesos están a la misma distancia, 2.0 m, del eje de rotación.

$$I = \left( \sum mr^2 \right) = (5.0 \text{ kg})(2.0\text{m})^2 + (7.0 \text{ kg})(2.0 \text{ m})^2 = 20 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 28 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ = 48 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Solución b)

La masa de 5.0 kg está ahora a 0.50 m del eje, y la masa de 7.0 kg está a 4.50 m del eje.

$$I = \left( \sum mr^2 \right) = (5.0 \text{ kg})(0.50\text{m})^2 + (7.0 \text{ kg})(4.5 \text{ m})^2 = 1.3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 142 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ = 143.3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

## La segunda ley del Movimiento en la rotación

Si se analiza el movimiento de rotación de un cuerpo rígido como el que se ve en la figura.

Si se aplica una fuerza  $F$  que actúa sobre la pequeña masa  $m$  indicada por la porción sombreada del objeto, a una distancia  $r$  del eje de rotación hace que el cuerpo gire con una aceleración tangencial:

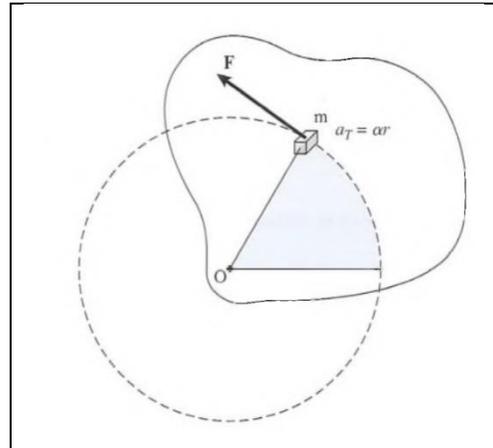


Figura 12. movimiento de rotación

$$a_t = \alpha r$$

**Ecuación. Aceleración tangencial**

Donde:

$a_t$  = aceleración tangencial ( $m/s^2$ )

$\alpha$  = aceleración angular ( $rad/s^2$ )

$r$  = radio ( $m$ )

Partiendo de la segunda ley de Newton del movimiento:

$$F = ma_t = mar$$

Multiplicando ambos lados de esta relación por  $r$  queda:

$$Fr = (mr^2)\alpha$$

La cantidad  $Fr$  se conoce como el momento de torsión producido por la fuerza  $F$  con respecto al eje de rotación, por lo tanto:

$$T = (mr^2)\alpha$$

La aceleración angular es constante para cada porción independientemente de su masa o de su distancia con respecto al eje. Por consiguiente, el momento de torsión resultante de todo el cuerpo es:

$$T = \left( \sum mr^2 \right) \alpha$$

O bien:

$$T = I\alpha$$

## Ejemplo

Un disco de esmeril de radio 0.6 m y 90 kg de masa gira a 460 rpm. ¿Qué fuerza de fricción, aplicada en forma tangencial al borde, hará que el disco se detenga en 20 s?

Solución

Primero calculamos el momento de inercia del disco a partir de la fórmula dada en la figura 2 (Momentos de inercia)

$$I = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}(90 \text{ kg})(0.6)^2 = 16.2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Convirtiendo la velocidad rotacional a radianes por segundo obtenemos;

$$\omega = \left(\frac{2\pi \text{ rad}}{\text{rev}}\right) \left(\frac{460 \text{ rev}}{\text{min}}\right) \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}\right) = 48.2 \text{ rad/s}$$

Por lo tanto, la aceleración angular es:

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_o}{t} = \frac{0 - 48.2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{20 \text{ s}} = -2.41 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Aplicando la segunda ley de Newton:

$$T = Fr = I\alpha$$

A partir de la cual:

$$\tau = \frac{I\alpha}{r} = \frac{(16.2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2)(-2.41 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2})}{0.6 \text{ m}} = 65.0 \text{ N}$$

El signo negativo aparece debido a que la fuerza debe tener una dirección opuesta a la de rotación del disco.

## Ejemplo

Una masa de 2 kg se balancea en el extremo de una varilla ligera, describiendo un círculo de 50 cm de radio. ¿Qué momento de torsión resultante se requiere para impartir a esa masa una aceleración angular de 2.5 rad/s<sup>2</sup>?

Solución

Primero calculamos el momento de inercia de la varilla.

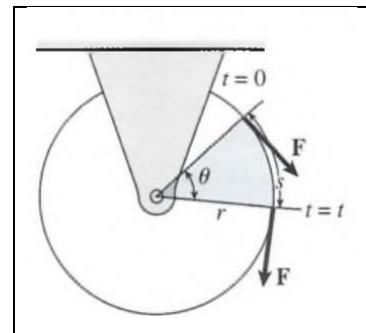
$$I = mr^2 = (2 \text{ kg})(0.5 \text{ m})^2 = 0.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Aplicando el momento de torsión:

$$\tau = I\alpha = 0.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \left( 2.5 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \right) = 1.25 \text{ N} \cdot \text{m}$$

## Trabajo rotacional

Anteriormente se definió el trabajo como el producto de un desplazamiento por la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento. Ahora consideraremos el trabajo realizado en el desplazamiento rotacional bajo la influencia de un momento de torsión resultante.



Considere la fuerza  $F$  que actúa al borde de una polea de radio  $r$  como se muestra en la figura.

Figura 13. Fuerza que actúa en la polea.

El efecto de dicha fuerza es hacer girar la polea a través de un ángulo  $\theta$ , mientras el punto en el que se aplica la fuerza se mueve a una distancia  $s$ . La distancia del arco  $s$  se relaciona con  $\theta$  mediante.

$$s = r\theta$$

Así, el trabajo de la fuerza  $F$  es por definición:

$$\begin{aligned} \text{Trabajo} &= Fs \\ &= Fr \text{sen}\theta \end{aligned}$$

Pero  $Fr$  es el momento de torsión debido a la fuerza, por lo tanto:

$$W = \tau \theta$$

**Donde**

**Ecuación de trabajo rotacional**  $W = \text{trabajo (J)}$

$\tau = \text{torsión (Nm)}$

$\theta = \text{ángulo de aplicación de la fuerza (rad)}$

El ángulo  $\theta$  debe expresarse en radianes en cualquier sistema de unidades de modo que el trabajo pueda expresarse en libras-pie o Joules.

### **Potencia rotacional**

Cuando se habla de la potencia de salida que desarrollan las máquinas, lo que interesa es la rapidez con que se realiza el trabajo rotacional. Por lo tanto, la potencia rotacional puede determinarse dividiendo ambos lados de la ecuación 1 por el tiempo  $t$  requerido para que el momento de torsión  $T$  lleve a cabo su desplazamiento  $\theta$ .

$$\text{Potencia} = \frac{\text{Trabajo}}{t} = \frac{\tau\theta}{t}$$

Puesto que  $\theta/t$  representa la velocidad angular media  $\omega$ , se tiene:

$$P = \tau\omega$$

**Donde:**

**Ecuación de potencia rotacional**

$P = \text{Potencia (w)}$

$\tau = \text{torsión (Nm)}$

$\omega = \text{velocidad angular (rad/s)}$

## Ejemplo

Una rueda de 60 cm de radio tiene un momento de inercia de 50 kg·m<sup>2</sup>. Se aplica una fuerza constante de 60 N al borde de ella. a) Suponiendo que parte del reposo, ¿qué trabajo realiza en 4 s?, b) ¿Qué potencia se desarrolla?

Solución a) El trabajo es el producto del momento de torsión por el desplazamiento angular. Primero calculamos el momento de torsión aplicado:

$$T = Fr = (60N)(0.6) = 36 N \cdot m$$

A continuación, se determina  $\alpha$  a partir de la segunda ley de Newton.

$$\alpha = \frac{T}{I} = \frac{36 N \cdot m}{5 kg \cdot m^2} = 7.2 rad/s^2$$

Ahora se puede calcular el desplazamiento angular  $\theta$ :

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\theta = (0) + \frac{1}{2} \left( 7.2 \frac{rad}{s^2} \right) (4 s^2) = 5706 rad$$

Por lo tanto, el trabajo es:

$$Trabajo = T\theta = (36N \cdot m)(14.4 rad) = 2070 J$$

Solución b) La potencia media es:

$$P = \frac{Trabajo}{t} = \frac{2070 J}{4 s} = 518 W$$

Nota: Otra forma de obtener la potencia media es calculando la velocidad angular media  $\bar{\omega}$ .

$$\bar{\omega} = \frac{\theta}{t} = \frac{57.6 \text{ rad}}{4 \text{ s}}$$

De la ecuación (3), se tiene:

$$Potencia = T\bar{\omega} = (36 \text{ N}\cdot\text{m}) \left( 14.4 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right) = 518 \text{ w}$$

### Ejemplo

Una fuerza constante de 200 N actúa sobre el borde de una rueda de 36 cm de diámetro y la impulsa a 20 revoluciones en 5 s. ¿Qué potencia se ha desarrollado?

Solución

$$T = Fr = (200 \text{ N})(0.18 \text{ m}) = 36 \text{ N}\cdot\text{m}$$

A continuación, calculamos la velocidad angular media de  $\bar{\omega}$

$$\bar{\omega} = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi (20 \text{ rev})}{5 \text{ s}} = 25.13 \text{ rad/s}$$

Finalmente, calculamos la potencia desarrollada.

$$P = T\bar{\omega} = (36 \text{ N}\cdot\text{m})(25.13 \text{ rad/s}) = 904 \text{ w}$$

**Actividad. Resuelve los siguientes problemas**

1.-Una masa de 2 kg y una masa de 6 kg están unidas por una barra ligera de 30 cm. Se hace girar el sistema horizontalmente a 300 rpm en torno a un eje localizado a 10 cm de la masa de 6 kg, a) ¿Cuál es el momento de inercia en torno de este eje?, b) ¿Cuál es la energía cinética rotacional?

2.- Una cuerda que está enrollada en un carrete circular de 5 kg permite arrastrar objetos con una tensión de 400 N. Si el radio del carrete es de 20 cm y puede girar libremente sobre su eje central. ¿Cuál es su aceleración angular?

3.-Una cuerda enrollada en un disco de 3 kg y 20 cm de diámetro recibe una fuerza de tracción de 40 N que la desplaza a una distancia lineal de 5 m. a) ¿Cuál es el trabajo lineal realizado por la fuerza de 40 N?, b) ¿Cuál es el trabajo rotacional realizado sobre el disco?

4. Un estudiante abre una puerta uniforme de 12 kg aplicando una fuerza constante de 40 N a una distancia perpendicular de 0.90 m de las bisagras. Si la puerta tiene 2.0 m de altura y 1.0 m de ancho, ¿qué magnitud tendrá su aceleración angular? (Suponga que la puerta gira libremente sobre sus bisagras.)

5. Dos personas de negocios se confrontan al estar intentado usar una puerta giratoria. La mujer a la izquierda ejerce una fuerza de 625 N perpendicular a la puerta y a 1.20 m del tubo central, mientras el hombre a la derecha ejerce una fuerza de  $8.50 \times 10^2$  N perpendicular a la puerta y a 0.800 m del tubo central. Encuentre el torque neto sobre la puerta giratoria.

# Sesión 6

Aprendizaje	Temática
Aplica la conservación del momento angular en la explicación de problemáticas específicas.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Momento angular.</li><li>• Conservación de momento angular.</li></ul>

## ***Momento angular***

Se llama cantidad de movimiento angular, o momento angular ( $L$ ), para un objeto que gira en torno a un eje fijo con velocidad angular ( $\omega$ ).

$$L = I\omega$$

**Ecuación 12. Momento angular**

**Donde:**

$L = \text{momento angular (kgm}^2/\text{s)}$

$I = \text{momento de inercia (kgm}^2)$

$\omega = \text{velocidad angular (rad/s)}$

## ***Conservación de momento angular***

La ley de la conservación de la cantidad de movimiento angular para un objeto en rotación:

**La cantidad de movimiento angular total de un objeto que gira permanece constante si la torca neta externa que actúa sobre este es cero.**

Por lo cual la conservación de momento angular se puede expresar como:

$$\text{momento angular inicial} = \text{momento angular final}$$

### Ejemplo.

1. una pequeña masa  $m$  amarrada al extremo de una cuerda gira en círculo sobre una masa horizontal que no ejerce fricción. El otro extremo gira en círculo sobre una mesa horizontal que no ejerce fricción. El otro extremo de la cuerda pasa a través de un agujero en el centro de la mesa. Inicialmente, la masa gira con una rapidez de  $v_1 = 2.4 \text{ m/s}$  en un círculo de radio  $R_1 = 0.80 \text{ m}$ . Luego, se tira de la cuerda lentamente a través del agujero, de manera que el radio se reduce a  $R_2 = 0.48 \text{ m}$ . ¿cuál es ahora la rapidez,  $v_2$ , de la masa?

Solución: la conservación de la cantidad de movimiento angular da

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

La pequeña masa es esencialmente una partícula cuyo momento de inercia con respecto al agujero es  $I = mR^2$ , así que tenemos

$$mR_1^2 \omega_1 = mR_2^2 \omega_2$$

O bien

$$\omega_2 = \omega_1 \left( \frac{R_1^2}{R_2^2} \right)$$

Puesto que  $v = R\omega$ , podemos escribir

$$v_2 = R_2 \omega_2 = R_2 \omega_1 \left( \frac{R_1^2}{R_2^2} \right) = R_2 \frac{v_1}{R_1} \left( \frac{R_1^2}{R_2^2} \right) = v_1 \left( \frac{R_1}{R_2} \right) = (2.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \left( \frac{0.80 \text{ m}}{0.48 \text{ m}} \right) = 4.0 \text{ m/s}$$

La rapidez se incrementa conforme el radio se reduce

**Actividad. Resuelva los siguientes problemas**

1. Un hombre está de pie sobre una plataforma que puede girar libremente. Con sus brazos extendidos, su frecuencia de rotación es de 0.25 rev/s; pero cuando los contrae hacia él, su frecuencia es de 0.80 rev/s. Encuentre la razón de su momento de inercia en el primer caso con respecto al segundo.

2. un disco tiene un momento de inercia  $I = 0.0150 \text{ kgm}^2$  y gira a 30 rev/s se deja escurrir un hilo de arena dentro del disco a una distancia de 20cm del eje, con lo cual se forma un anillo de 20cm de radio de arena sobre él. ¿cuánta arena debe caer sobre el disco para que su rapidez disminuya hasta 2.0 rev/s?

3. una hélice de turbina del motor a reacción de un avión tiene un momento de inercia de  $2.5 \text{ kgm}^2$  alrededor de su eje de rotación. Al arrancar la turbina, su velocidad angular en función del tiempo es  $\omega = (40 \text{ rad/s}^3)t^2$ . Calcule el momento angular de la hélice en función del tiempo y su valor en  $t=3.0\text{s}$ .

4. una clavadista sale del trampolín con los brazos hacia arriba y las piernas hacia abajo, lo que le confiere un momento de inercia alrededor de su eje de rotación del  $18\text{kgm}^2$ . Luego, ella forma una pequeña bola, reduciendo su momento de inercia a  $3.6\text{kgm}^2$  y gira dos revoluciones completas en  $1.0\text{s}$ . Sino se hubiera encogido, ¿cuántas revoluciones habría girado en los  $1.5\text{s}$  que tarda en caer desde el trampolín al agua?

## ***Evaluación de la unidad***

1. Un disco de 20.0 cm de diámetro gira con movimiento circular uniforme a 150 rpm. A) determine la frecuencia del disco en Hz. B) determine la velocidad angular del disco en rad/s. c) calcule la velocidad tangencial de un punto que se localiza a 5cm del centro. D) determine la velocidad lineal de un punto situado en la periferia del disco. E) calcula el periodo del disco
2. Un objeto unido al extremo de una cuerda de 0.60m de largo gira 10 revoluciones en 20s con rapidez constante. Realiza: a) calcula la velocidad angular del objeto en rad/s. b) calcula la velocidad lineal del objeto. C) calcula la magnitud de la aceleración centrípeta.
3. La polea de un motor que parte del reposo se acelera uniformemente y alcanza una velocidad angular de 1440 rpm después de 6.0s. Calcula: a) la aceleración angular en  $\text{rad/s}^2$ . B) El desplazamiento angular en radianes.
4. Una rueda gira con una aceleración angular consta de  $3.5 \text{ rad/s}^2$ . Si la velocidad angular de la rueda es  $2.0 \text{ rad/s}$  en  $t=0$ , a) ¿Cuál es el ángulo en que gira la rueda entre  $t=0$  y  $t=2.0\text{s}$ ? escribe su respuesta en radianes y en revoluciones b) ¿Cuál es la velocidad angular de la rueda en  $t=2.0\text{s}$ ? c) ¿Qué desplazamiento angular (en revoluciones) resulta cuando la velocidad angular del índice b) se duplica?
5. Un automóvil vacío con masa de 1250kg tiene su CM a 2.50m detrás del frente del auto. ¿Qué tan lejos del frente estará el CM cuando dos personas viajan en el asiento delantero a 2.80m del frente del vehículo y tres personas van en el asiento trasero a 3.90m del frente? Suponga que cada persona tiene una masa de 70.0kg.
6. Una tornamesa de madera de 120 kg con forma de disco plano tiene 2.00 m de radio y gira inicialmente alrededor de un eje vertical, que pasa por su centro, a  $3.00 \text{ rad/s}$ . De repente, un paracaidista de 70.0 kg se posa suavemente sobre la tornamesa en un punto cerca del borde. Calcule la rapidez angular de tornamesa después de que el paracaidista se posa en ella. (suponga que puede tratarse al paracaidista como partícula).

7. ¿Cuál es la cantidad de movimiento angular de una pelota de 0.210kg que gira en el extremo de una delgada cuerda, describiendo un círculo de 1.35m de radio, con una rapidez angular de 10.4 rad/s?
8. Un gran disco horizontal esta sobre un eje vertical que pasa a traves de su centro; para el disco,  $I=4000 \text{ kgm}^2$ . El disco viaja a una tasa de 0.150rev/s cuando una persona de 90.0kg, que cuelga de la rama de un árbol, cae sobre el disco. La persona aterriza y permanece a una distancia de 3.00m del eje de rotación. ¿cuál es la tasa de rotación del disco después de que la persona aterriza?

### Practica virtual

Visita la página de PhET de la Universidad de Colorado y descarga el simulador de “torsión” <https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/torque> en ella podrás encontrar la sección llamada introducción, coloca la Catarina roja en el centro del disco y la Catarina verde al final Contesta que pasa en cada uno de los vectores de aceleración y velocidad en la tabla y por qué sucede :

Parámetros	Catarina roja	Catarina verde
Aceleración		
Velocidad		

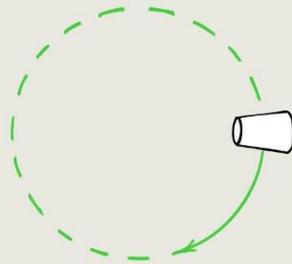
### Lectura

Realiza la lectura del libro del Hewitt, P. (2016) Física conceptual. Ed 12ª México. Pearson Educación de México

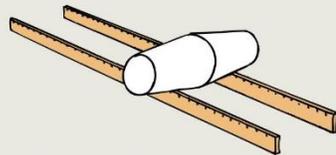
## RUEDAS EN LOS FERROCARRILES

• Por qué un ferrocarril en movimiento permanece sobre las vías? La mayoría de las personas supone que los flancos de las ruedas impiden que las ruedas descarrilen. Pero, si observas dichos flancos, probablemente notarás que están herrumbrosos. Rara vez tocan el riel, excepto cuando siguen las hendiduras que cambian al tren de un conjunto de vías a otro. Así que, ¿cómo es que las ruedas de un tren permanecen en los rieles? Permanecen en los rieles porque sus bordes están ligeramente inclinados.

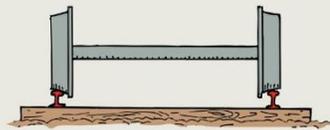
Si ruedas un vaso inclinado por una superficie, éste sigue una trayectoria curva (Figura 8.3). La parte más ancha del vaso tiene un radio más grande, rueda mayor distancia por cada revolución y, por tanto, tiene mayor rapidez tangencial que la parte angosta. Si unes un par de vasos por sus extremos anchos (simplemente pégalos con cinta) y ruedas el par a lo largo de un par de rieles paralelos, los vasos permanecerán sobre las vías y se centrarán siempre que rueden fuera del centro (Figura 8.4). Esto ocurre porque, cuando el par rueda hacia la izquierda del centro, por decir, la parte ancha del vaso izquierdo viaja sobre el riel izquierdo en tanto la parte estrecha del vaso derecho viaja sobre el riel derecho. Esto dirige el par hacia el centro. Si el par se “excede” hacia la derecha, el proceso se repite, esta vez hacia la izquierda, a medida que las ruedas tienden a centrarse ellas mismas. Lo mismo ocurre con un ferrocarril, donde



**FIGURA 8.3**  
Puesto que la parte ancha del vaso rueda más rápido que la parte angosta, el vaso rueda en una curva.



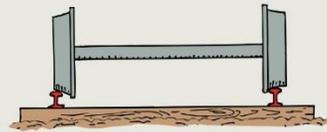
**FIGURA 8.4**  
Dos vasos unidos permanecen sobre las vías mientras ruedan porque, cuando se salen del centro, las diferentes rapidezces tangenciales debidas a la inclinación hacen que se autocorrijan hacia el centro de la vía.



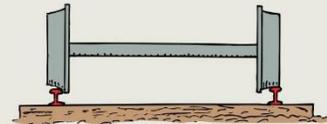
**FIGURA 8.5**  
Las ruedas de un ferrocarril están ligeramente inclinadas (aquí se muestran exageradas).

los pasajeros sienten los vaivenes del tren a medida que estas acciones correctivas tienen lugar.

Esta forma inclinada es esencial en las curvas de las vías de ferrocarril. En cualquier curva, la distancia a lo largo de la parte exterior es más larga que la distancia a lo largo de la parte interior (como en la Figura 8.1a). De modo que, siempre que un vehículo siga una curva, sus ruedas exteriores viajan más rápido que sus ruedas interiores. Para un automóvil, esto no es un problema porque las ruedas son libres y ruedan independientemente unas de otras. Sin embargo, un tren, como el par de vasos unidos, tiene pares de ruedas que se conectan firmemente y giran juntas. Ruedas opuestas tienen las mismas RPM en cualquier momento. Pero, debido al borde ligeramente inclinado de la rueda, su rapidez tangencial a lo largo del riel depende de si viaja en la parte angosta del borde o en la parte ancha. En la parte ancha, viaja más rápido. De modo que, cuando un tren negocia una curva, las ruedas en el riel exterior viajan en la parte más ancha de los bordes inclinados, en tanto que las ruedas opuestas viajan en sus partes angostas. De esta forma, las ruedas tienen diferentes rapidezces tangenciales para la misma rapidez rotacional. ¡Esto es  $v \sim r\omega$  en acción! ¿Puedes ver que, si las ruedas no estuvieran inclinadas, ocurrirían raspaduras y las ruedas chirriarían cuando un tren da la vuelta por una curva?

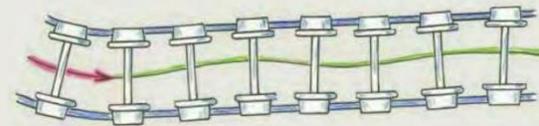


La parte angosta de la rueda izquierda va más lento, de modo que las ruedas curvan a la izquierda



La parte ancha de la rueda izquierda va más rápido, de modo que las ruedas curvan a la derecha

**FIGURA 8.6**  
(Arriba) A lo largo de una vía que se curva hacia la izquierda, la rueda derecha viaja en su parte ancha y va más rápido, en tanto que la rueda izquierda viaja sobre su parte angosta y va más lento. (Abajo) Lo opuesto es cierto cuando la vía se curva a la derecha.



**FIGURA 8.7**  
Después de negociar una curva, un tren con frecuencia oscila en la parte recta conforme las ruedas se autocorrijen.

## Unidad 2. Sistema de fluidos

### Presentación:

Los líquidos y los gases se conocen como fluidos porque fluyen libremente y tienden a llenar los recipientes que los contienen. En esta unidad se aprenderá que los fluidos ejercen fuerzas sobre las paredes de los recipientes donde están contenidos. Estas fuerzas actúan sobre áreas definidas y originan una condición de presión.

En la prensa hidráulica se utiliza la presión del fluido para elevar cargas pesadas. La estructura de los depósitos de agua, las presas y los grandes tanques de aceite se diseñan, en gran parte, tomando en cuenta la presión. En el diseño de barcos, submarinos y globos meteorológicos se debe tomar en cuenta la presión y la densidad del fluido circundante. Se estudiarán también los aspectos fundamentales del flujo de fluidos y el principio de Bernoulli que gobiernan dicho movimiento.

### Propósitos:

Al finalizar la unidad el alumno:

- Describirá algunos aspectos del comportamiento de un fluido en condiciones estáticas o dinámicas.
- Comprenderá los límites de validez de los modelos matemáticos considerados.
- Analizará situaciones donde se manifiesten: procesos de transferencia de masa, de energía y principios de conservación, preferentemente en situaciones experimentales.
- Resolverá problemas prototipo donde se presenten procesos de transferencia de masa y energía con base en los principios de conservación.

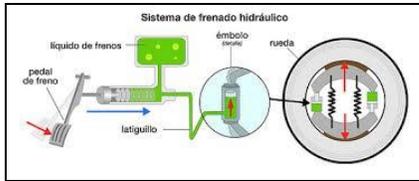
# Sesión 7

Aprendizaje	Temática
Aplica los conceptos de densidad y presión en la resolución de problemas.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Fluidos estáticos</li><li>• Densidad</li><li>• presión</li></ul>
Describe con dibujos los principios básicos de la presión de fluidos.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Medición de la presión de un fluido</li></ul>
Comprende la relación entre la presión absoluta, la presión manométrica y la presión atmosférica.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Presión absoluta</li><li>• Presión manométrica</li><li>• Presión atmosférica</li></ul>
Aplica los principios de Arquímedes y Pascal en la resolución de problemas.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Principio de Pascal: La prensa hidráulica.</li><li>• Principio de Arquímedes: Peso aparentes y fuerza de flotación.</li></ul>

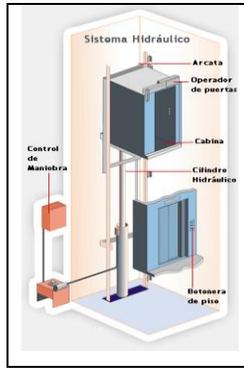
## **Fluidos**

Los fluidos a diferencia de los sólidos carecen de forma propia, dentro de los podemos clasificar a los líquidos y a los gases; en este caso los líquidos poseen un volumen determinado sin importar que cambie su forma, sin embargo, los gases carecen de volumen determinado ocupando completamente el espacio del recipiente que los contiene.

Debido a la separación que existe entre las moléculas de los líquidos, estos son poco compresibles provocando así una resistencia al cambio de su volumen. Dicha propiedad los hace útiles en diversas aplicaciones como se ve en las figuras 14, 13 y 15.



**Figura 14. Frenos hidráulicos**



**Figura 15. Elevadores hidráulicos**



**Figura 16. Prensas hidráulicas**

Sin embargo los gases son compresibles, por lo que se puede provocar una disminución en su volumen, por lo que gracias a dicha propiedad una de sus aplicaciones es la inyección de aire (figura 17).



**Figura 17. Inyección de aire**

## Densidad

La densidad de un sólido o líquido se define como el cociente de su masa entre el volumen que ocupa, obteniendo:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

**Ecuación 13. Densidad**

**Dónde:**

$\rho$  = Densidad ( $kg/m^3$ )

$m$  = masa ( $kg$ )

$V$  = volumen ( $m^3$ )

## Peso

El peso es la fuerza atractiva que la Tierra ejerce sobre el mismo, dado que todos los cuerpos caen debido a la aceleración de la gravedad  $g$  la cual se debe a esta fuerza se obtiene:

$$w = m \cdot g$$

Ecuación 14. peso

**Donde:**

$w = \text{peso (N)}$

$m = \text{masa (kg)}$

$g = \text{gravedad (kg/s}^2\text{)}$

### **Peso específico**

El peso específico de un sólido o líquido se define como el cociente de su peso entre el volumen que ocupa, obteniendo:

$$pe = \frac{w}{V}$$

Ecuación 15. Peso específico

**Dónde:**

$pe = \text{peso específico (N/m}^3\text{)}$

$W = \text{peso (N)}$

$V = \text{m}^3$

### **Presión**

La presión se define como la fuerza por unidad de área, dicha fuerza actúa de forma perpendicular al área de la superficie, obteniendo:

$$P = \frac{F}{A}$$

Ecuación 16. Presión

**Dónde:**

$P = \text{presión (pa) (N/m}^2\text{)}$

$F = \text{Fuerza (N)}$

$A = \text{Área (m}^2\text{)}$

En resumen, la presión es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza e inversamente proporcional al área sobre la que actúa dicha magnitud de la fuerza.

### Actividad. Densidad vs peso específico

En la siguiente tabla establece las diferencias entre densidad y peso específico

DENSIDAD	PESO ESPECIFICO

#### Ejemplo

Una botella vacía tiene una masa de 212 g y un volumen interior de 750 cm<sup>3</sup>. Al llenarla de aceite su masa resulta ser 836 g ¿Cuál es la densidad del aceite?

Datos

$$m_{\text{botella}} = 212 \text{ g}$$

$$V = 750 \text{ cm}^3 = 7.5 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$m_{\text{botella-aceite}} = 836 \text{ g}$$

$$m_{\text{aceite}} = (836\text{g} - 212\text{g}) = 624\text{g} = 0.624 \text{ kg}$$

Procedimiento

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\rho = \frac{0.624 \text{ kg}}{7.5 \times 10^{-4} \text{ m}^3}$$

$$\rho = 832 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

#### Ejemplo

Los pies de una persona de 50 kg cubren un área de 400 cm<sup>2</sup>.

- Determina la presión que los dos pies ejercen sobre el suelo
- Si la persona esta sobre un pie ¿Cuál sería la presión bajo ese pie?

Datos

$$m = 50 \text{ kg}$$

$$A = 400 \text{ cm}^2 = 0.04 \text{ m}^2$$

$$P1 = ?$$

$$P2 = ?$$

Procedimiento

$$a) P = \frac{F}{A} = \frac{(50\text{kg})(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})}{0.04\text{m}^2} = 12,262.5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$b) P = \frac{F}{A} = \frac{(50kg)(9.81 \frac{m}{s^2})}{0.02m^2} = 24,525 \frac{N}{m^2}$$

**Actividad. Resuelva los siguientes problemas**

Para la determinación de la densidad de un líquido se tiene una botella cuyo volumen se desconoce. La botella vacía proporciona en una balanza la lectura de 280 g, llena de agua resulta 900 g y llena del líquido 850 g ¿Cuál es la densidad del líquido?

Un gas se comprime de modo que su volumen se reduzca a la mitad ¿Qué le ocurre a la densidad del gas? ¿Qué le ocurre a la densidad del gas.

Para determinar la densidad de un trozo de oro, se midió su masa y se encontró un valor igual a 50g, al medir su volumen este fue de 2.587 cm<sup>3</sup>. Calcular la densidad.

Para cuantificar la densidad del agua en el laboratorio se midieron  $10 \text{ cm}^3$  de agua y se determinó su masa con la balanza encontrándose un valor de 10g. Calcular. ¿Cuánto vale la densidad del agua?, Si en lugar de  $10 \text{ cm}^3$  midiéramos  $1000 \text{ cm}^3$  ¿Cambiaría el valor de la densidad del agua?, ¿Qué volumen ocuparan 600g de agua?

0.5 kg de alcohol etílico ocupan un volumen de  $0.000633 \text{ cm}^3$ . Calcula: ¿Cuál es su densidad?, ¿Cuál es su peso específico?

Un cubo de aluminio presenta 2 cm de longitud en uno de sus lados y tiene una masa de 21.2 g. Calcula: ¿Cuál es su densidad? ¿Cuál será la masa de  $5.5 \text{ cm}^3$  de aluminio?

Calcula la presión ejercida sobre el suelo por un bloque de hielo cuyo peso es de 80kg, al apoyarse sobre una de sus caras cuya área es de 1500 cm<sup>2</sup>.  
Expresa el resultado en: Kg/cm<sup>2</sup>, Pa y KPa.

Sobre un líquido encerrado en un recipiente se aplica una fuerza cuya magnitud es de 60 N mediante un pistón de área igual a 0.01 m<sup>2</sup> ¿Cuál es el valor de la presión?

### ***Presión de un fluido***

La presión en un fluido o presión hidrostática es aquella originada en los líquidos en todos los puntos de este y en las paredes del recipiente que los contiene, dicha presión aumenta conforme sea mayor la profundidad y solo es nula en la superficie libre del líquido.

$$Ph = pe * h$$

**Ecuación 17. Presión hidrostática**

**Dónde:**

*Ph* = Presión hidrostática ( N/m<sup>2</sup>)

*pe* = Peso específico (N/m<sup>3</sup>)

*h* = Altura (m)

$$Ph = \rho gh$$

ecuación 18. Presión hidrostática

**Dónde:**

*Ph* = Presión hidrostática ( $N/m^2$ )

*$\rho$*  = Densidad ( $kg/m^3$ )

*h* = Altura (m)

### Actividad. Hidrostatica de Stevin

Dibuja tres recipientes con distinta forma y por supuesto de distinta capacidad, señala las características de cada uno y calcula la presión a un punto determinado para los tres recipientes.

Recipiente 1	Recipiente 2	Recipiente 3
Cálculo presión 1	Cálculo presión 2	Calculo presión 3
<b>Redacta tus observaciones de acuerdo a los dibujos y los cálculos realizados.</b>		

Según la paradoja de la hidrostática de Stevin señala que la presión ejercida por un líquido en cualquier punto un recipiente, no depende de la forma de este ni de la cantidad de líquido contenido.

## ***Presión absoluta***

La presión absoluta aplica al valor de presión referido al cero absoluto o vacío. Este valor indica la presión total a la que está sometido un cuerpo o sistema, considerando el total de las presiones que actúan sobre él.

$$\textit{Presión absoluta} = \textit{Presión manométrica} + \textit{presión atmosférica}$$

## ***Presión manométrica***

La presión manométrica es la diferencia entre la presión absoluta del interior del recipiente y la presión atmosférica.

$$\textit{Presión manométrica} = \textit{presión absoluta} - \textit{presión atmosférica}.$$

## ***Presión atmosférica***

Todo objeto situado en la tierra se encuentra sometido a la presión de aire. El aire así como el agua tiene peso por lo que efectúa una presión igual a peso de la columna de aire situada sobre el cuerpo. Un ejemplo de ello es cuando subimos una montaña, mientras más altura menor será la presión atmosférica.

$$\textit{Presión atmosférica} = \textit{presión absoluta} - \textit{presión manométrica}$$

### **Actividad. Manómetro y barómetro**

Realiza un organizador gráfico con las diferencias entre un manómetro y un barómetro.



## Principio de Pascal

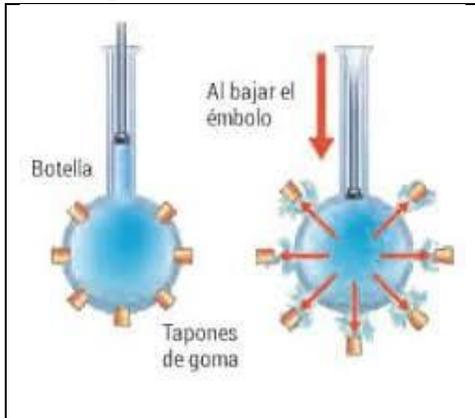


Figura 18. Principio de Pascal

Blaise Pascal (1623-1662) enunció el siguiente principio que lleva su nombre:

“Toda presión que se ejerce sobre un líquido encerrado en un recipiente se transmite con la misma intensidad a todos los puntos del líquido y a las paredes del recipiente que los contiene”.

Dicho principio se puede comprobar utilizando una esfera hueca, perforada en diferentes lugares y provista de un embolo, al llenar la esfera con agua y ejercer presión

Sobre ella a través del embolo y se puede observar que el agua sale por todos los agujeros con la misma presión.

## La prensa hidráulica, aplicación del principio de Pascal

La prensa hidráulica se basa en dos cilindros de diferente diámetro, cada uno con su respectivo embolo unidos por medio de un tubo de comunicación, el tubo y los cilindros son llenados de líquido. Al aplicar una fuerza en el embolo de menor tamaño, la presión se transmite al embolo mayor empujando este hacia arriba.

$$\frac{f}{a} = \frac{F}{A}$$

Ecuación 17. Prensa hidráulica

**Dónde:**

$f$  = Fuerza aplicada en el embolo menor (N)

$a$  = Área en el embolo menor ( $m^2$ )

$F$  = Fuerza aplicada en el embolo mayor (N)

$A$  = Área en el embolo mayor ( $m^2$ )

La relación anterior muestra que una fuerza de magnitud pequeña actuando en el embolo menor producirá una fuerza de gran magnitud sobre el embolo mayor.

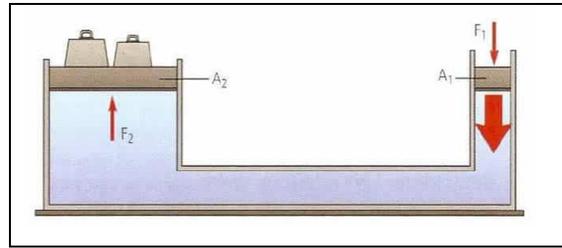


Figura 19. Prensa hidráulica

### Principio de Arquímedes

El principio de Arquímedes establece que todo objeto sumergido en un fluido recibe un empuje ascendente igual al peso de fluido desalojado, es decir, que si un objeto es sumergido en un líquido por completo todos los puntos de su superficie recibirán una presión hidrostática, mayor conforme aumenta la profundidad en un punto. Sin embargo, existen dos fuerzas opuestas que actúan sobre el objeto; su peso que lo empuja hacia abajo y el empuje del líquido que lo impulsa hacia arriba.

Casos	Comportamiento	Representación
Si el peso del objeto es menor al empuje que recibe	El objeto flotara, debido a que la magnitud del empuje es igual a la magnitud del peso del líquido desalojado	
Si el peso del objeto es igual al empuje que recibe	El objeto permanecerá en equilibrio dentro del líquido.	
Si el peso del objeto es mayor al empuje que recibe	El objeto se hundirá, por lo que desalojará el volumen de líquido igual a su propio volumen.	

El empuje que recibe un objeto sumergido en un líquido está determinado por el producto del peso específico del líquido por el volumen desalojado.

$$P \text{ aparente} = \text{Peso real} - \text{Empuje}$$

$$E = pe * V$$

**Ecuación 18. Peso específico**

**Dónde:**

$E = \text{empuje (N)}$

$pe = \text{peso específico (N/m}^3\text{)}$

$V = \text{volumen (m}^3\text{)}$

### Ejemplo

¿Qué fuerza obtendrá el embolo mayor de una prensa hidráulica cuya área es de 100 cm<sup>2</sup> cuando el embolo menor de área igual a 15 cm<sup>2</sup> se aplica una fuerza de magnitud 200 N?

Datos:

F=?

A= 100 cm<sup>2</sup>

f= 200N

a= 15 cm<sup>2</sup>

Procedimiento

$$\frac{f}{a} = \frac{F}{A}$$

$$F = \frac{f \cdot A}{a}$$

$$F = \frac{(200N)(100cm^2)}{15cm^2} = 1333,33N$$

### Ejemplo

Un cubo de acero de 20 cm de arista se sumerge totalmente en agua. Si tiene un peso de 564.48 N . Calcula:

a) ¿Qué empuje recibe?

b) ¿Cuál será el peso aparente del cubo?

Datos:

L=20 cm =0.2 m

Pcubo = 564.48 N

E=?

P aparente = ¿

Vcubo= L<sup>3</sup>

Procedimiento

Vcubo= Vagua desalojada

E= pe\*V

E=(9800 N/m<sup>3</sup>)( 8 x10<sup>-3</sup> m<sup>3</sup>)= 78.4 N

P aparente= peso real- Empuje

P aparente= 564.48 N -78.4 N = 486.08 N

$$V_{\text{cubo}} = (0.2 \text{ m})^3$$

$$V_{\text{cubo}} = 8 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

**Actividad. Resuelva los siguientes problemas**

Calcula la magnitud de la fuerza que se obtendrá en el embolo mayor de una prensa hidráulica de un diámetro de 20 cm, si en el embolo menor de 8 cm de diámetro se ejerce una fuerza cuya magnitud es de 150 N

Calcula el diámetro que debe tener el embolo mayor de una prensa hidráulica para obtener una fuerza cuya magnitud es de 2000 N , cuando el embolo menor tiene un diámetro de 10 cm y se aplica una fuerza cuya magnitud es de 100 N

Calcula la magnitud de la fuerza que se aplica en el embolo menor de una prensa hidráulica de 10 cm<sup>2</sup> de área, si en el embolo mayor von un área de 150 cm<sup>2</sup> se produce una fuerza cuya magnitud es de 10 500 N



¿Cuál será la magnitud de la fuerza que se producirá en el embolo mayor de una prensa hidráulica, cuyo diámetro es de 40 cm , si en el embolo menor de 12 cm de diámetro se ejerce una fuerza cuya magnitud es de 250 N?

Calcular diámetro del embolo menor de una prensa hidráulica para que con una fuerza cuya magnitud es de 400 N se produzca en el embolo mayor, cuyo diámetro es de 50 cm , una fuerza de magnitud 4 500 N

Un prisma rectangular de cobre de base igual a  $46 \text{ cm}^2$  y una altura de 20 cm , se sumerge hasta la mitad , por medio de un alambre , en un recipiente que contiene alcohol, ¿Qué volumen de alcohol desaloja? ¿Qué magnitud de empuje recibe? ¿Cuál es el peso aparente del prisma debido al empuje, si su peso real es de 31.36 N?

## Sesión 8

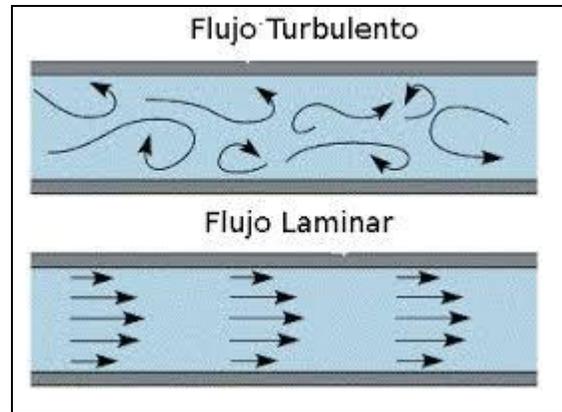
Aprendizaje	Temática
Distingue entre flujo laminar y flujo turbulento	Dinámica de fluidos: tipos de flujo (laminar y turbulento)
Resuelve problemas que relacionen la razón de flujo con la velocidad y el área transversal.	Gasto: (de masa y de volumen)
Utiliza la ecuación de Bernoulli en su forma general y en sus casos particulares.	Ecuación de Bernoulli Fluido en reposo, (teorema de Torricelli) Flujo a presión constante. Flujo a través de un tubo horizontal.

### ***Flujo laminar***

El flujo laminar o aerodinámico se caracteriza por ser un flujo suave, como el de las capas vecinas del fluido que se deslizan suavemente una sobre otra. Cada partícula del fluido sigue una trayectoria suave llamada línea de corriente siguiendo una trayectoria que no se cruza entre sí.

### **Flujo turbulento**

El flujo turbulento se caracteriza por movimientos de círculos erráticos pequeños en forma de torbellinos o remolinos. Dichos remolinos absorben una gran cantidad de energía, la fricción interna denominada viscosidad es mayor en este tipo de flujo.



**Figura 20. Tipo de flujos**

### **Actividad. Cuadro comparativo. Flujos**

Con ayuda de tu profesor y de información previamente investigada completa el siguiente cuadro comparativo entre flujo laminar y turbulento.

FLUJOS	LAMINAR	TURBULENTO
CARACTERISTICAS		
PRESIÓN		
VELOCIDAD		

## VISCOSIDAD

## EJEMPLOS

### ECUACION DE CONTINUIDAD

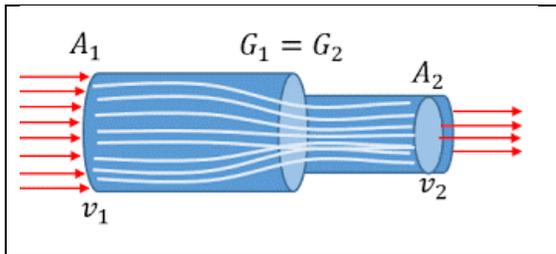


Figura 21. Ecuación de continuidad

Basándonos en la figura 21, la tubería muestra una reducción del punto 1 al punto 2, la misma cantidad de líquido que pasa por el punto 1 pasara por el punto 2. Por lo tanto, en el punto uno

donde la tubería tiene una mayor sección transversal la magnitud de la velocidad del líquido es menor, sin embargo, donde hay una reducción de área, esta se compensa con el aumento de velocidad. Por lo tanto

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

**Ecuación 19.**  
**Ecuación de**  
**continuidad**

**Donde:**

$A_1$  = Área transversal de la tubería en la sección 1 ( $m^2$ )

$A_2$  = Área transversal de la tubería en la sección 2 ( $m^2$ )

$v_1$  = Magnitud de la velocidad del líquido en la sección 1 ( $m/s$ )

$v_2$  = Magnitud de la velocidad del líquido en la sección 2 ( $m/s$ )

## Gasto de un líquido

Podemos hablar de gasto de un líquido cuando este fluye por una tubería, el cual se determina por la relación existente entre el volumen del líquido que fluye por un conducto y el tiempo que tarda en fluir.

$$G = \frac{V}{t}$$

Ecuación 20. Gasto de un líquido

**Dónde:**

*G= gasto (m<sup>3</sup>/s)*

*V= Volumen del líquido que fluye (m<sup>3</sup>)*

*t= tiempo que tarda el fluir el líquido (s)*

Otra forma de expresarlo es en término de la velocidad del líquido.

$$V = Avt$$

Ecuación 21. Gasto de un líquido

**Dónde:**

*V= Volumen del líquido que fluye (m<sup>3</sup>)*

*A= Área transversal de la tubería (m<sup>2</sup>)*

*v= Magnitud de la velocidad del líquido (m/s)*

*t= tiempo que tarda el fluir el líquido (s)*

## PROBLEMA

Calcular el gasto de agua por una tubería al circular 1.5 m<sup>3</sup> en 15 segundos.

Datos:

V= 1.5 m<sup>3</sup>

t=15 s

Procedimiento:

G=V/t

G=(1.5 m<sup>3</sup>)/15s = 0.1 m<sup>3</sup>/s

**Actividad.**

Calcula el tiempo que tarda en llenarse un tinaco con capacidad de  $10 \text{ m}^3$  al suministrarse un gasto de  $50 \text{ L/s}$

Calcula el gasto de agua por una tubería con un diámetro de  $6 \text{ cm}$ , cuando la magnitud de la velocidad del líquido es de  $5 \text{ m/s}$

Por una tubería fluyen  $1\,800$  litros de agua en un minuto, calcular el gasto.

Determina el diámetro que debe tener una tubería para que el gasto de agua sea de  $0.5 \text{ m}^3/\text{s}$  a una velocidad cuya magnitud es de  $8 \text{ m/s}$

Por una tubería de 3.50 cm de diámetro circula agua a una magnitud de velocidad de 3 m/s. Posteriormente en la tubería hay una reducción con un diámetro de 2.50 cm ¿Qué magnitud de velocidad llevara el agua a ese punto?

Calcular el diámetro que debe tener una tubería para que el gasto sea de 0.02 m<sup>3</sup>/s a una magnitud de velocidad de 2m/s

## PRINCIPIO DE BERNOULLI

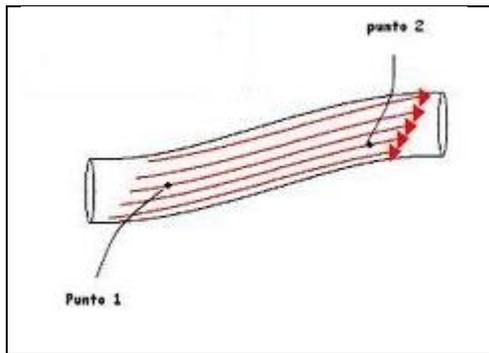


Figura 22. Principio de Bernoulli

Daniel Bernoulli estableció el siguiente principio que lleva su nombre:

En un líquido ideal cuyo, flujo es estacionario, la suma de las energías cinética, potencial y de presión que tiene el líquido en un punto es igual a la suma de estas energías en otro punto cualquiera.

En el punto 1 y en el punto 2 el líquido tiene energía cinética debido a la magnitud de la velocidad y a la masa del líquido; energía potencial debido a la altura del líquido con respecto al punto de referencia y energía de presión originada por la presión que las moléculas del líquido ejercer entre ellas.

El principio de Bernoulli establece que la suma de las energías cinética, potencial y de presión en el punto 1 es igual a la suma de las energías en el punto 2

$$\frac{v_1^2}{2} + gh_1 + \frac{P_1}{\rho_1} = \frac{v_2^2}{2} + gh_2 + \frac{P_2}{\rho_2}$$

**Ecuación 21. Principio de Bernoulli**

**Dónde:**

$v_1$  = velocidad en el punto 1

$v_2$  = velocidad en el punto 2

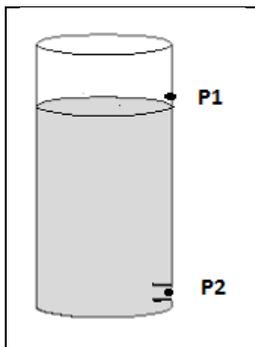
$P_1$  = presión en el punto 1

$P_2$  = presión en el punto 2

$\rho_1$  = Densidad del liquido

$\rho_2$  = Densidad del liquido

### TEOREMA DE TORRICELI (FLUIDO EN REPOSO)



**Figura 23. Teorema de Torricelli**

Si consideramos un fluido en un recipiente, donde se encuentran dos orificios, uno en la parte superior y otro en la parte inferior; se obtendrán las siguientes condiciones:

- La velocidad del líquido en el punto 1 es despreciable.
- La altura del punto 2 se considera 0.
- La energía de presión es provocada por la presión atmosférica, la cual es la misma en ambos puntos.

Derivado de lo anterior Torricelli obtuvo la siguiente ecuación.

$$v = \sqrt{2gh}$$

**Ecuación 22. Teorema de Torricelli**

**Donde:**

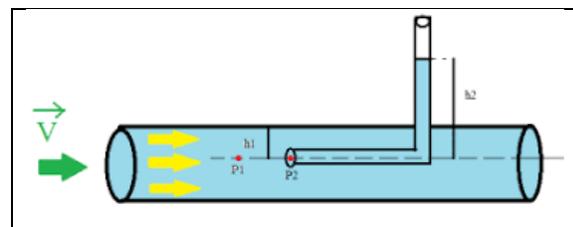
$v$  = magnitud de la velocidad del líquido por el orificio en m/s

$g$  = magnitud de la aceleración de la gravedad  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

$h$  = profundidad a la que se encuentra el orificio de salida (m)

### TUBO DE PITOT (FLUIDO A PRESION CONSTANTE)

El tubo de Pitot se emplea para calcular la presión total denominada presión de estancamiento. De igual forma se utiliza para medir la velocidad del viento o la velocidad de una corriente.



**Figura 24. Tubo de pitot**

Su forma es de una L, al introducirlo en la corriente y gracias a la presión el agua se eleva a cierta altura. En este caso se puede emplear el teorema de Torricelli.

### TUBO DE VENTURI (FLUJO A TRAVES DE UN TUBO HORIZONTAL)

El tubo de Venturi se emplea para medir la velocidad de un fluido incompresible. Dicho tubo tiene un estrechamiento, de modo que las partes antes y después del estrechamiento son  $A_1$  y  $A_2$  CON  $A_1 > A_2$ , cuando el líquido pasa por la sección de estrechamiento aumenta la magnitud de su velocidad, pero disminuye su presión.

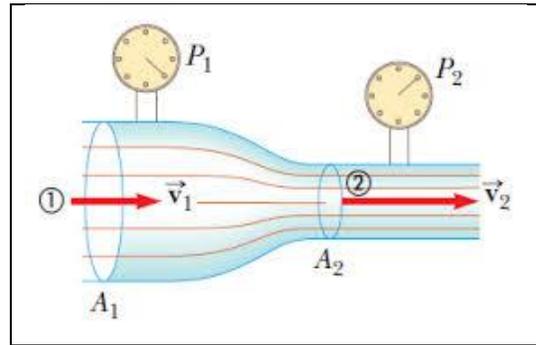


Figura 25. Tubo de venturi

Con la ayuda de manómetros se puede medir la presión en la parte ancha y en la estrecha; derivado de la ecuación de Bernoulli y conociendo las áreas de sus respectivas secciones transversales, se puede calcular la magnitud de la velocidad del líquido.

$$v_A = \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_A - P_B) \left( \frac{A_A}{A_B} \right)^2 - 1}$$

Ecuación 23. Tubo de Venturi

**Donde:**

$v_A$  = magnitud de la velocidad del líquido a través de la tubería en (m/s)

$P_A$  = presión de líquido en la parte ancha del tubo ( $N/m^2$ )

$P_B$  = presión de líquido en el estrechamiento del tubo ( $N/m^2$ )

$A_A$  = Área de sección transversal de la parte ancha del tubo ( $m^2$ )

$A_B$  = Área de sección transversal en el estrechamiento del tubo ( $m^2$ )

$\rho$  = densidad del líquido ( $kg/m^3$ )

### Actividad

Un tubo de Venturi tiene un diámetro de 0.1500 m y una presión de  $4.2 \times 10^4$  N/m<sup>2</sup> en su parte más ancha. En el estrechamiento el diámetro es de 0.0762 m y la presión es de  $3 \times 10^4$  N/m<sup>2</sup>. ¿Cuál es la magnitud de la velocidad del agua que fluye a través de la tubería?

Un tubo de Pitot se introduce en la corriente de un río, el agua alcanza una altura de 0.12 m en el tubo. ¿A qué velocidad va la corriente?

¿Con qué magnitud de velocidad sale el líquido de un tinaco por medio de un orificio que se encuentra a una profundidad de 0.9 m?

En la parte más ancha de un tubo de Venturi hay un diámetro de 10.16 cm, y una presión de  $3 \times 10^4 \text{ N/m}^2$ , en el estrechamiento del tubo, el diámetro mide 5 cm y tiene una presión de  $1.9 \times 10^4 \text{ N/m}^2$ . ¿Cuál es la velocidad del agua que fluye a través de la tubería?

Determinar la magnitud de la velocidad con que sale un líquido por un orificio localizado a una profundidad de 3.2 m en un tanque de almacenamiento.

# Sesión 9

Aprendizaje	Temática
Comprende que la ecuación de Bernoulli es una consecuencia de la ley de conservación de la energía mecánica.	Ecuación de Bernoulli y ley de conservación de la energía mecánica.

## ***Ley de conservación de la energía mecánica y la ecuación general***

Puesto que un fluido tiene masa, debe obedecer a las mismas leyes de la conservación establecidas para los sólidos. En consecuencia, el trabajo necesario para mover cierto volumen de fluido a lo largo de la tubería debe ser igual al cambio total energía potencial y cinética.

Por lo cual el principio de Bernoulli establece que donde la velocidad de un fluido es alta, la presión es baja, y donde la velocidad es baja, la presión es alta.

$$P + E_c + E_p = \text{constante}$$

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh + P = \text{constante}$$

**Ecuación 24. Principio de Bernoulli**

**Donde:**

$\rho = \text{densidad (Kg/m}^3\text{)}$

$v = \text{velocidad (m/s)}$

$g = \text{gravedad (9.81m/s}^2\text{)}$

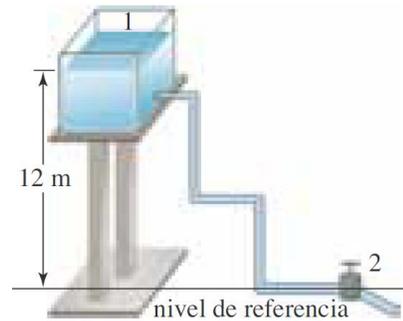
$h = \text{altura (m)}$

$P = \text{presión (Pa)}$

## Ejemplo

El agua contenida en un tanque elevado puede fluir por una tubería que esta provista de una válvula a 12m por debajo del nivel del agua en el tanque.

Si la presión atmosférica es 101.325Pa, determina:



- La presión en la válvula cuando esta cerrada.
- B. la presión en la válvula cuando está abierta y la velocidad con la cual el agua atraviesa la válvula.

Solución:

- Consideremos dos puntos en el sistema. El punto 1 en la superficie libre del líquido, donde la presión es igual a la presión atmosférica y el punto 2 en la válvula. Cuando la válvula está cerrada, el agua está en equilibrio y la velocidad del agua en los puntos 1 y 2 es igual a cero, por ende, de acuerdo con la ecuación de Bernoulli, y la velocidad del agua en los puntos 1 y 2 es igual a cero, por ende, de acuerdo con la ecuación de Bernoulli,

$$\rho gh_1 + P_1 = \rho gh_2 + P_2$$

$$1000\text{kg}/\text{m}^3(9.81\text{m}/\text{s}^2)(12\text{m}) + 101.325\text{Pa} = (1000\text{kg}/\text{m}^3)(9.81\text{m}/\text{s}^2)(0\text{m}) + P_2$$

$$P_2 = 218925\text{Pa}$$

Es decir, la presión en la válvula cuando está cerrada es 218.925 Pa.

- Cuando la válvula está abierta, podemos considerar que en ambos puntos la presión es igual a la atmosférica,  $P_{\text{atm}}$  y que la velocidad en el punto 1, es decir, en la superficie del líquido dentro del tanque, es aproximadamente igual a cero, debido a que el nivel baja muy despacio

puesto que el área del tubo por la que fluye el líquido es muy pequeña comparada con el área del tanque, es decir,

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho gh_1 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho gh_2 + p_2$$
$$\frac{1}{2} \rho (0)^2 + 1000\text{kg/m}^3(9.81\text{m/s}^2)(12\text{m}) + p_{\text{atm}} = \frac{1}{2}(1000\text{kg/m}^3)(v_2^2) + \rho(g)(0) * p_{\text{atm}}$$

$$117.600\text{Pa} = 500\text{kg/m}^3(v_2^2)$$

La velocidad con la cual el agua atraviesa la válvula es 15.3 m/s.

### Actividad. Resuelva los siguientes problemas

El agua caliente circula a través de una casa en un sistema de calefacción con agua caliente. Si el agua es bombeada con rapidez de 0.50 m/s a través de un tubo de 4.0cm de diámetro en el sótano a una presión de 3.0 atm, ¿cuál será la rapidez y presión del flujo en un tubo de 2.6 cm de diámetro en el segundo piso situado a 5.0m arriba del sótano? Suponga que los tubos no tienen ramificaciones.

En una casa entra agua por un tubo con diámetro interior de 2.0 cm a una presión absoluta de  $4.0 \times 10^5$  Pa. Un tubo de 1.0 cm de diámetro va al cuarto de baño del segundo piso, 5.0 m más arriba. La rapidez de flujo, la presión y la tasa de flujo de volumen en el cuarto de baño.

El aire fluye horizontalmente por las alas de una avioneta de manera que su rapidez es de 70.0 m/s por las alas de una avioneta de manera que su rapidez es de 70.0 m/s arriba del ala y 60.0 m/s debajo. Si las alas de la avioneta tienen un área de  $16.2\text{m}^2$ , considerando la parte superior e inferior, ¿qué fuerza vertical neta ejerce el aire sobre la nave?

Una bebida no alcohólica fluye por una tubería de una planta embotelladora con una tasa de flujo de masa que llenaría 220 latas de 0.355 L por minuto. En el punto 2 del tubo, la presión manométrica es de 152 kPa el área transversal es de  $8.00\text{ cm}^2$  . En el punto 1, 1.35m arriba del punto 2, el área trasversal es de  $2.00\text{ cm}^2$ . Calcule a) la tasa de flujo de masa; b) la tasa de flujo de volumen; c) la rapidez de flujo en los puntos 1 y 2; d) la presión manométrica en el punto 1.

Agua a presión manométrica de 3.8 atm al nivel de la calle fluye hacia un edificio de oficinas con una rapidez de 0.68 m/s por un tubo de 5.0cm de diámetro. El tubo se reduce a 2.8 cm de diámetro en el piso superior, donde el grifo se dejó abierto, 18 m por arriba del que está a nivel de la calle. Calcule la velocidad del flujo y la presión manométrica en el tubo del piso superior. Suponga que no hay derivaciones desprecie la viscosidad.

## **Evaluación de la unidad 2**

### **Problemas propuestos**

1. Calcular la magnitud de la fuerza que debe aplicarse sobre un área de  $0.3 \text{ m}^2$  para que exista una presión de  $420 \text{ Pa}$ .
2. Con un martillo se aplica una fuerza cuya magnitud es de  $20 \text{ kg}$  fuerza sobre un clavo cuya área es de  $2 \text{ mm}^2$  . Determinar el valor de la presión que ejerce el clavo al introducirse la pared, expresa el resultado en  $\text{N/m}^2$ .
3. Cuál es la presión que se aplica sobre un líquido encerrado en un tanque por medio de un pistón que tiene un área de  $0.02 \text{ m}^2$  y aplica una fuerza de  $100 \text{ N}$
4. Determinar la presión ejercida sobre el suelo por una caja metálica cuyo peso es de  $92 \text{ kg}$  fuerza al actuar sobre un área de  $15\,000 \text{ cm}^2$ . Expresa el resultado en  $\text{KPa}$ .
5. Una antigua estatua de  $70 \text{ kg}$  yace en el fondo del mar. Su volumen es de  $3 \times 10^4 \text{ cm}^3$  ¿Cuanta fuerza de empuje se necesita para elevarla?
6. Un geólogo encuentra una roca cuya masa es de  $9.28 \text{ kg}$  , tiene una masa aparente de  $6.18 \text{ kg}$  cuando se sumerge en agua .¿Cuál es la densidad de la roca?
7. Un buzo y su equipo desplazan un volumen de  $65 \text{ L}$  y tiene una masa total de  $68 \text{ kg}$  ¿Cuál es la fuerza de empuje sobre el buzo en agua marina? ¿El buzo se hundirá o flotará?
8. Un tubo de  $6.0 \text{ cm}$  de diámetro se reduce gradualmente a  $4.5 \text{ cm}$ . Cuando el agua fluye por este tubo a cierta tasa, la presión manométrica en dos secciones es  $32.0 \text{ kPa}$  y  $24 \text{ kPa}$ , respectivamente. ¿cuál es la tasa de flujo de volumen?

### **Practica virtual**

Visita la página de PhET de la Universidad de Colorado y descarga el simulador de "Densidad" <https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/density> en ella podrás encontrar bloques de diferentes materiales: espuma de poli estireno,

madera, hielo, aluminio y ladrillo, los cuales se sumergen en un depósito con agua. Puedes variar la masa del bloque. Contesta siguientes preguntas:

1. ¿Qué bloque presenta una mayor densidad?
2. ¿Cómo logras identificarlo?
3. ¿La masa de los diferentes bloques influye en su comportamiento dentro del agua?
4. El depósito inicialmente tiene 100 L, al sumergir alguno de los bloques, su contenido cambia. Explica dicho fenómeno.
5. Posteriormente en la sección “Bloques” selecciona “misma masa”, de acuerdo a lo experimentado anteriormente ¿Puedes suponer de que material son los bloques?
6. Selecciona “Mismo volumen” ¿Influye en su densidad? ¿Puedes identificar de qué tipo de materiales son los bloques?
7. Selecciona “Misma densidad” ¿Por qué a pesar de que tienen masas diferentes, su comportamiento dentro del agua es igual?

### **Lectura**

Realiza la lectura de “Las enseñanzas del Maestro Ciruela ¡Eureka! ¿EUREKA? Donde nos habla sobre la historia de Arquímedes y la corona del Rey Hierón II Ricardo Cabrera. (2015). Las enseñanzas del Maestro Ciruela. Abril del 2019, de Editorial EUDEBA.

## Las enseñanzas del Maestro Ciruela

# ¡Eureka! ¿Eureka?

por Ricardo Cabrera | ricuti@de.fcen.uba.ar

Según cuenta la leyenda, el rey Hierón II recurrió a Arquímedes pues sospechaba que había sido estafado por el orfebre al que le había encargado una corona de oro. La sospecha radicaba en que parte del oro hubiese sido reemplazado por plata. Descubrir la estafa no era tarea sencilla, pues al rey le gustaba la corona y no quería que se estropease. Al parecer, Arquímedes ideó la forma de determinar la densidad de la corona —y descubrir la estafa— al ingresar en la tina para disfrutar de un baño de inmersión. Su cuerpo, como el de cualquier otro mortal, desplazó un volumen equivalente de agua que, al parecer, rebasó la bañera. Su excitación fue tan grande que salió corriendo por las calles de Siracusa al grito de ¡Eureka, eureka! —que en español antiguo significa algo así como “tinta negra”— sin reparar en que corría desnudo.

Independientemente de que parece tratarse de una leyenda apócrifa, la considero un poco pobre. Molesta que muchos profesores de física un poco incautos —y, peor aun, muchos libros de física— presentan esta fábula como ilustración del Principio de Arquímedes, del cual no dice absolutamente nada. El famoso principio no aparece en esta historia ni en una pizca, ni de oro, ni de plata, ni de agua, ni de tinta.

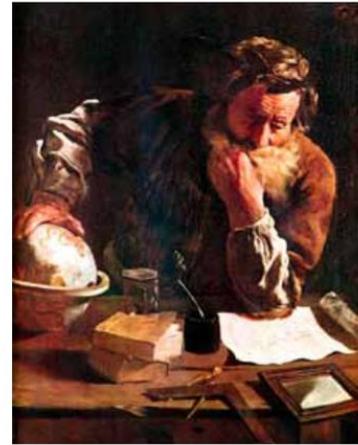
Pese a que es muy vistosa por el final, la fábula sólo ilustra el descubrimiento de la determinación de volúmenes por el método de desplazamiento: si un cuerpo se sumerge totalmente en un líquido, desplaza un volumen de líquido igual al volumen propio. Hace 2400 años, este descubrimiento podía poner feliz a cualquiera... pero no es el Principio de Arquímedes. Si se excitó tanto al descubrir este método para medir volúmenes, no alcanzo a imaginarme cómo habrá festejado al descubrir el principio que lleva su nombre.

Según parece, al determinar el volumen (y conociendo la masa) Arquímedes pudo medir la densidad de la corona —que resultó ser menor que la del oro— y así desenmascarar al orfebre, que fue decapitado al día siguiente.

Por otro lado, no alcanzo a entender por qué Hierón II sospechó que la sustitución de material se haría con plata, y no con cualquier otro material (incluso más barato que la plata). Mis conocimientos de orfebrería helénica no son suficientemente idóneos para despejar esta duda, y espero no descubrirla mientras me bañe.

Pero incluso pienso que el orfebre podía ser no sólo honesto sino también práctico y creativo, al fabricar una corona de oro hueca, mucho más voluminosa, vistosa y ornamental... y sin substraer un solo y miserable gramo de oro al desconfiado monarca, con el único costo de disminuir la densidad de la corona, algo que nadie más que el rey podía notar (en caso de que tuviera mucha sensibilidad en el cuero cabelludo).

Por último, aun cuando parte de esta historia fuese cierta, en vida de Arquímedes no había instrumentos necesarios para medir con suficiente precisión el líquido desplaza-



do por una corona. O sea, esta leyenda hace agua por todos lados, no logra mantenerse a flote por más que se la empuje hacia arriba. Prefiero suponer que tal orfebre no fue degollado y cargo con un muerto menos en mi conciencia humana. |

### HUMOR por Daniel Paz



# Sesión 10

## *Evaluación Final*

### **I. Escribe verdadero o falso y justifique su respuesta**

- a. El número de revoluciones que realiza el cuerpo en la unidad de tiempo se llama frecuencia.
- b. En un movimiento circular uniforme la velocidad angular está cambiando respecto al tiempo.
- c. La fuerza centrípeta tiende a llevar los cuerpos hacia afuera de la curvatura tomada.
- d. La fuerza centrípeta y la fuerza centrífuga son fuerzas de acción y reacción.
- e. La aceleración centrípeta se relaciona con el módulo de la velocidad lineal del cuerpo.
- f. El valor del torque sobre un cuerpo solo depende de la fuerza aplicada.
- g. Un cuerpo rígido está en equilibrio cuando la fuerza y el torque neto sobre él son iguales a cero.
- h. El centro de gravedad de un cuerpo es siempre igual a su centro geométrico.
- i. El torque de un cuerpo es igual que su momento angular.
- j. Cuando una patinadora gira sobre un propio eje y cierra sus brazos, disminuye su velocidad angular.
- k. Es más fácil mover un objeto en una piscina cuando esta desocupada que cuando está llena.
- l. Hay mayor presión atmosférica en Guerrero que en la ciudad de México.
- m. Un balón de fútbol ejerce la misma presión sin importar su posición sobre el césped.
- n. Existe mayor cantidad de objetos que pueden flotar en mercurio que en agua.
- o. Un poste de la luz ejerce mayor presión sobre la tierra cuando se instala que cuando está acostado.
- p. En una prensa hidráulica al aplicar una fuerza en un punto se genera en otro punto una fuerza menor.

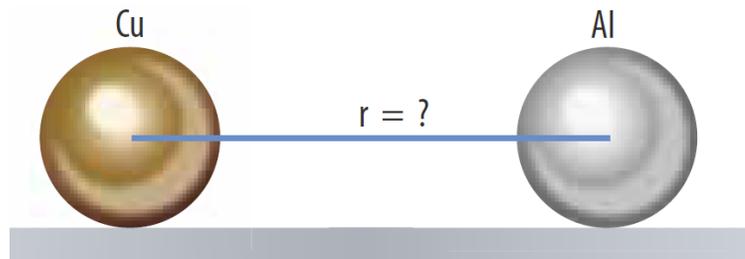
- q. Ejerce mayor presión sobre la nieve una persona que tiene unos zapatos cuya área es  $150\text{cm}^2$  u otros con un área de  $200\text{ cm}^2$ .
- r. En un flujo laminar la velocidad en cada punto del fluido puede cambiar.
- s. Un ejemplo de fluido en movimiento es el agua en la tubería del acueducto.
- t. La ecuación de continuidad indica que la velocidad es directamente proporcional al área transversal que atraviese el fluido.
- u. Para hallar la ecuación de Bernoulli es necesario aplicar el principio de conservación de la energía.
- v. La viscosidad se refiere a una fricción interna del fluido.
- w. La velocidad de un fluido al salir por un orificio de un tanque depende de la densidad del fluido.
- x. El efecto de un balón cuando se encuentra en el aire se explica mediante el teorema de Torricelli.
- y. El gasto volumétrico de un fluido es mayor cuando más viscoso es el flujo.
- z. La presión sanguínea se puede medir con un manómetro.

**II. Establece la correspondencia entre el concepto y el ejemplo**

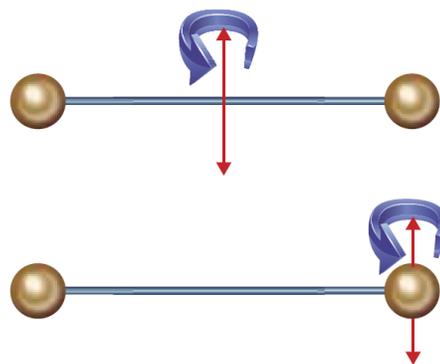
- |                            |  |
|----------------------------|--|
| a. Tensión superficial     | ___ El mecánico de elevación de un     |
| b. Densidad                | vehículo en un taller.                 |
| c. Principio de Pascal     | ___ Un zancudo sobre un lago           |
| d. Presión atmosférica     | ___ Un bloque de hierro                |
| e. Principio de Arquímedes | ___ Esterilización por vacío           |
| f. Presión                 | ___ Una puntilla clavada en una tabla. |
|                            | ___ Un barco en altamar                |

### III. Problemas propuestos

1. Un disco realiza una vuelta en 0.25s. ¿Cuántas rpm realiza?
2. Un carro de juguete da vueltas en una pista circular de 45 cm de diámetro. Si emplea 0.5 s en realizar 1 vuelta, determina:
  - a. Periodo y frecuencia de su movimiento.
  - b. Distancia que recorre al dar una vuelta
  - c. Velocidad lineal
  - d. Velocidad angular
  - e. Aceleración centrípeta.
3. Dos esferas, una de cobre y otra de aluminio, cuyas masas son 216.63g y 24.17g respectivamente, experimentan entre sí, una fuerza de atracción de  $4 \times 10^{-12}$  N. ¿Qué distancia existe entre sus centros?

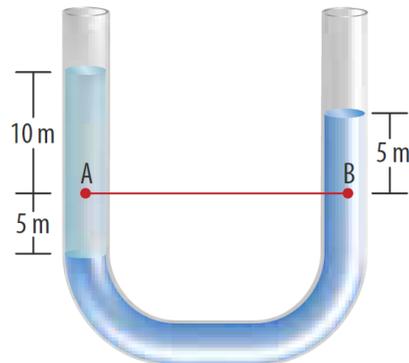


4. ¿Cuál es el torque realizado por una fuerza de 18 N aplicada perpendicularmente sobre una barra a 45 cm de su punto de apoyo?
5. Dos esferas de 120g de masa cada una, están unidas por una varilla de 80cm de longitud y masa despreciable. Si su velocidad angular es 4 rad/s, ¿Cuál es el momento angular del sistema para cada uno de los casos?



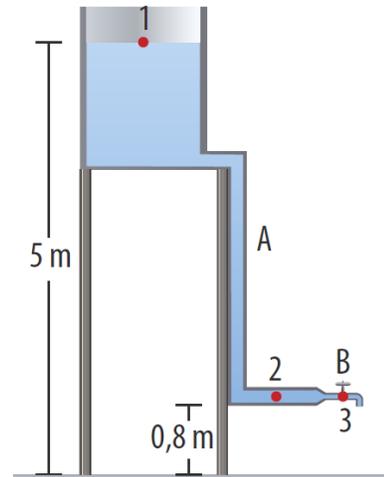
6. ¿Cuál es el volumen ocupado por 1000g de aluminio?
7. La presión máxima que una persona normal soporta es de 8 atm. Según este dato, ¿Cuál es la máxima profundidad a la que una persona puede descender en el mar sin correr peligro? Nota: considera que la densidad del agua de mar es de  $1.04\text{g/cm}^3$ .
8. Una lancha tiene un volumen de  $5\text{m}^3$ . ¿Cuántas personas de 50kg soporta la lancha para no hundirse en el mar?
9. Calcula la presión que ejerce un cuerpo de 120kg que esta apoyado sobre una superficie de  $0.8\text{m}^2$ . ahora si el cuerpo estuviera apoyado sobre una superficie de  $1.2\text{m}^2$ , ¿Qué presión ejercería? Compara y deduce conclusiones.
10. Se tiene un cilindro con agua, un pistón de 0.2 kg y un área de  $0.008\text{m}^2$ . calcula la presión total ejercida en la base del cilindro si el aire de la atmosfera ejerce una presión de 100kPa sobre el émbolo.

11. La figura muestra un tubo en forma de U en el que se encuentran dos líquidos que no mezclan en estado de equilibrio. Encuentra la razón  $P_A/P_B$  entre las presiones manométricas en A y B.



12. ¿Cuál debe ser la densidad en  $\text{g/cm}^3$  de una roca que flota en un océano cuya densidad es de  $1027\text{ kg/m}^3$ , si se sabe que el 20% de su volumen está fuera del océano?
13. Convierte 35000 pascales a atmósferas.
14. Se tiene un orificio circular de 0.8 cm de diámetro, el cual está 8m por debajo del nivel del agua. ¿con qué velocidad sale el agua por el orificio?

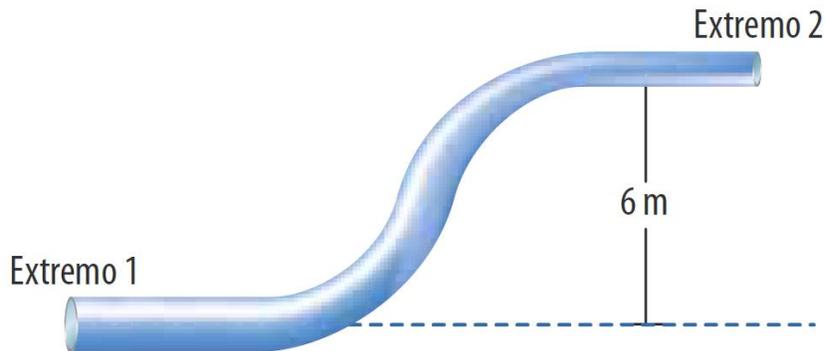
15. El nivel de un tanque ubicado en la azotea esta a 5 m del piso. El deposito suministra agua por medio de un tubo A de 1 cm de radio. Luego, el tubo empalma con otro tubo de 0.5 cm de radio que se encuentra a 0.8 m del piso como se observa en la figura.



- ¿Cuál es la presión en el punto dos cuando la tubería está cerrada?
- ¿Cuál será la presión en el punto 2 cuando la tubería está abierta?

16. Por un tubo como el de la figura, fluye 200 litros de agua por segundo. La presión en el extremo 1 es de 1.9 atm. El extremo 2 se encuentra a una altura de 6 m con respecto al nivel del extremo 1. El diámetro del tubo en los extremos es de 30 cm y 20 cm, respectivamente. determina:

- La velocidad del fluido en los dos extremos,
- La presión en el extremo 2.



# Bibliografía

Bueche, F. y Eugene, Hecht. (2007). Física general. México: Ed. Mc Graw Hill.

Giancoli, Douglas C. (2006). Física. Principios con aplicaciones, 6ª edición. México: Ed. Pearson Educación.

Gutiérrez, C. (2009). Física general, Capítulo 19. México: Mc Graw Hill.

Haliday, D., Resnick, R. y Walker, J. (2011). Fundamentos de física, volumen 2, octava edición. México: Grupo Editorial Patria.

Hecht, E. (2000). Física 2. Algebra y trigonometría, capítulos 23 al 25, segunda edición. México: Thomson International Editores.

Jones, E. y Childers, R. (2001). Física contemporánea, capítulos 22, 23 y 24, tercera edición. México: Mc Graw Hill.

Serway, R. y Faughn, J. (2007). Fundamentos de física, volumen 2, capítulos 14 al 17, sexta edición. México: Thomson.

Tippens, Paul E. (2011). Física, conceptos y aplicaciones, Capítulos 33 al 37, séptima edición. México: Mc Graw Hill.

Wilson, J., Buffa, A. y Lou, B. (2007). Física, capítulos 22 al 25, sexta edición. México: Pearson Educación.

Zitzewitz, P. W., Neff, R. y Davis, M. (2002), Física. Principios y problemas. México: Mc Graw Hill.