

Actividades programadas para ser trabajadas en el salón de clases y luego corroboradas mediante el uso del paquete gráfico Geogebra.

Actividad 1.

Análisis de la ecuación general cuadrática $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ con $B = 0$.

Completar la tabla siguiente:

- a) Escriba los valores de A, B, C, D, E y F para cada ecuación.
- b) Grafique en una computadora cada ecuación.
- c) Identifique el tipo de gráfica (Circunferencia, elipse, punto, no gráfica).
- d) Identifique las características de cada ecuación (centro, radio, vértices y focos).

	Ecuación.	A	C	D	E	F	Tipo de ecuación.	Características de cada gráfica
1.	$x^2 + y^2 + 2y - 10 = 0$							
2.	$-6x^2 - 2y^2 - 6x + 9y - 2 = 0$							
3.	$4x^2 + 4y^2 - 2x + 3y - 11 = 0$							
4.	$2x^2 + 2y^2 - 12x - 20y + 68 = 0$							
5.	$-4x^2 - 6y^2 - 7x + 4y + 9 = 0$							
6.	$9x^2 + 4y^2 + 30x - 20y + 25 = 0$							
7.	$x^2 + y^2 - 6y + 19 = 0$							

8.	$4x^2 + 4y^2 - 16 = 0$							
9.	$x^2 + y^2 - 20x + 16y - 139 = 0$							
10.	$-2x^2 - 2y^2 + 6x - 8y + 3 = 0$							
11.	$4x^2 + 16y^2 - 16x + 20y - 20 = 0$							
12.	$x^2 + 16y^2 + 8y + 11 = 0$							
13.	$x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13 = 0$							
14.	$x^2 + 8y^2 - 11x + 8 = 0$							
15.	$4x^2 + 4y^2 + 20x - 4y - 74 = 0$							
16.	$x^2 + 4y^2 + 20x - 64y + 352 = 0$							
17.	$4x^2 + y^2 + 20x - 28 = 0$							
18.	$9x^2 + 4y^2 - 54x + 8y + 49 = 0$							
19.	$x^2 + 2y^2 + 4x + 6y = 0$							
20.	$4x^2 + 4y^2 + 2x = 0$							

Actividad 2.

Los efectos o cambios que ocasionan la variación de los coeficientes en la ecuación $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$.

Circunferencia

Para investigar los efectos que causan en la gráfica la variación de los coeficientes D, E y F se hará uso de la ecuación

$$x^2 + y^2 - 6x - 6y - 10 = 0$$

Investigando al coeficiente D .

La coordenada x del centro si $D > 0$ está_____

La coordenada x del centro si $D = 0$ está_____

La coordenada x del centro si $D < 0$ está_____

Por esta razón la coordenada x tiene el_____ signo de D .

Si $D > 0$ el centro se mueve fuera del eje y hacia la_____

Si $D < 0$ el centro se mueve fuera del eje y hacia la_____

Cuando el valor absoluto $|D|$ crece, el radio_____

Cuando el valor absoluto $|D|$ decrece, el radio_____

Investigando al coeficiente E .

La coordenada y del centro si $E > 0$ está_____

La coordenada y del centro si $E = 0$ está_____

La coordenada y del centro si $E < 0$ está_____

Por esta razón la coordenada y tiene el_____ signo de E .

Si $E > 0$ el centro se mueve_____ del eje x .

Si $E < 0$ el centro se mueve_____ del eje x .

Cuando el valor absoluto $|E|$ crece el radio_____

Cuando el valor absoluto $|E|$ decrece el radio_____

Investigando al coeficiente F .

Cambiando F _____ afecta al centro.

Como F crece, el radio _____

Cuando F crece al punto donde el radio es cero, la cónica degenerará a _____

Si F decrece desmesuradamente, la gráfica _____ existe.

Actividad 3.

Los efectos o cambios que ocasionan la variación de los coeficientes en la ecuación $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$.

Elipse.

Para investigar los efectos que causan en la gráfica la variación de los coeficientes D, E y F se hará uso de la ecuación $3x^2 + y^2 - 6x - 6y - 10 = 0$ o $x^2 + 3y^2 - 6x - 6y - 10 = 0$.

Investigando al coeficiente D .

La coordenada x del centro si $D > 0$ está _____

La coordenada x del centro si $D = 0$ está _____

La coordenada x del centro si $D < 0$ está _____

Por esta razón la coordenada x tiene el _____ signo de D .

Si $D > 0$ el centro se mueve fuera del eje y hacia la _____

Si $D < 0$ el centro se mueve fuera del eje y hacia la _____

Cuando el valor absoluto $|D|$ crece la elipse se convierte en _____

Cuando el valor absoluto $|D|$ decrece la elipse se convierte en _____

Investigando al coeficiente E .

La coordenada y del centro si $E > 0$ está _____

La coordenada y del centro si $E = 0$ está _____

La coordenada y del centro si $E < 0$ está _____

Por esta razón la coordenada y tiene el _____ signo de E .

Si $E > 0$ el centro se mueve _____ del eje x .

Si $E < 0$ el centro se mueve _____ del eje x .

Cuando el valor absoluto $|E|$ se incrementa la elipse se convierte en _____

Cuando el valor absoluto $|E|$ decrece la elipse se convierte en _____

Investigando al coeficiente F .

Cambiando F _____ afecta al centro.

Cuando F crece, la elipse se convierte en _____

Si F se incrementa desmesuradamente la elipse se degenera en _____

Si F decrece desmesuradamente, la gráfica _____ existe.

Actividad 4.

La circunferencia.

Objetivo. El alumno será capaz de, dada la ecuación de una circunferencia encontrar, su centro, radio, perímetro y área.

Para ello, completa la siguiente tabla.

Ecuación	Centro	Radio	Área	Perímetro
$x^2 + y^2 - 4 = 0$				
$x^2 + y^2 - 16 = 0$				
$x^2 + y^2 - 100 = 0$				
$x^2 + y^2 - 8x + 8y - 22 = 0$				
$x^2 + y^2 - 6x + 8y - 39 = 0$				
$x^2 + y^2 - 6y - 3 = 0$				
$3x^2 + 3y^2 - 18x + 30y + 100 = 0$				
$x^2 + y^2 - 10x - 1 = 0$				
$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$				
$x^2 + y^2 + 6x - 8y + 19 = 0$				

Actividad 5.

La elipse.

Objetivo: El alumno será capaz de, dada la ecuación de una elipse con centro en el origen de coordenadas, encontrar, los vértices, los focos, los extremos del eje menor, la longitud del lado recto y su excentricidad.

Completa la siguiente tabla.

<i>Ecuación.</i>	<i>Vértices.</i>	<i>Focos.</i>	<i>Extremos del eje menor.</i>	<i>Longitud del lado recto.</i>	<i>Excentricidad.</i>
$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$					
$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$					
$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$					
$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$					
$4x^2 + y^2 = 16$					
$x^2 + 9y^2 = 18$					
$4y^2 + x = 8$					
$4y^2 + 9x^2 = 36$					
$9x^2 + y^2 = 9$					
$2x^2 + 3y^2 = 18$					

Actividad 6.

Objetivo: El alumno será capaz de, dada la ecuación de una elipse con centro fuera del origen de coordenadas, encontrar, el centro, los vértices, los focos, los extremos del eje menor, la longitud del lado recto y su excentricidad. **Completa la siguiente tabla.**

<i>Ecuación.</i>	<i>Centro.</i>	<i>Vértices.</i>	<i>Focos.</i>	<i>Extremos del eje menor.</i>	<i>Longitud del lado recto.</i>	<i>Excentricidad.</i>
$\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+3)^2}{8} = 1$						
$(x-1)^2 + \frac{(y+2)^2}{4} = 1$						
$\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$						
$\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1$						
$\frac{(x+4)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$						
$x^2 + 4y^2 + 4x - 8y + 4 = 0$						
$x^2 + 3y^2 - 12y + 9 = 0$						
$9x^2 + y^2 - 18x = 0$						
$2x^2 + 3y^2 - 8x + 6y + 5 = 0$						
$9x^2 + 4y^2 - 18x + 16y - 11 = 0$						

Actividad 7.

Objetivo. El alumno será capaz de transformar la ecuación de una circunferencia dada en forma factorizada a la forma general y viceversa.

Transformar las siguientes ecuaciones de circunferencia dadas en forma factorizada $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ a su forma general $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$. Sugerencia: Use el hecho que $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ (Producto notable desarrollo de un binomio al cuadrado).

a) $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$

b) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$

c) $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$

d) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$

e) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = 25$

f) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = 25$

g) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 25$

h) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 25$

i) $(x + \sqrt{2})^2 + (y - \sqrt{2})^2 = 5$

j) $(x - \sqrt{3})^2 + (y + \sqrt{3})^2 = 2$

k) $(x - \sqrt{3})^2 + (y - \sqrt{3})^2 = 3$

l) $(x + \sqrt{5})^2 + (y - \sqrt{5})^2 = 5$

Transformar las siguientes ecuaciones de circunferencia dadas en forma general $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ a su forma factorizada $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$. Sugerencia: Use el hecho que $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ (Factorización de un trinomio cuadrado perfecto).

a) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$

b) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 4x + 10y + 13 = 0$

d) $x^2 + y^2 + 6y + 2 = 0$

e) $2x^2 + 2y^2 + x = 0$

f) $16x^2 + 16y^2 + 8x + 32y + 1 = 0$

g) $x^2 + y^2 + 4x - 10y - 21 = 0$

h) $4x^2 + 4y^2 + 2x = 0$

i) $x^2 + y^2 + 6x - 12y + 45 = 0$

j) $x^2 + y^2 - 16x + 12y + 200 = 0$

k) $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$

l) $x^2 + y^2 + 2x + 10y + 1 = 0$

m) $x^2 + y^2 - 3x + 5y + 7 = 0$

n) $x^2 + y^2 - x - y = 0$

o) $2x^2 + 2y^2 + 4x - 5y + 2 = 0$

p) $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 10 = 0$

q) $x^2 + y^2 - 2x - 3y + 4 = 0$

r) $x^2 + y^2 - 10x + 10y + 1 = 0$

Actividad 8.

Parábola Horizontal.

Use $y^2 - 6x - 6y - 10 = 0$ para investigar los efectos que producen a la gráfica la variación de los coeficientes D, E y F .

Investigando el coeficiente D .

La coordenada x del vértice si $D > 0$ es _____ y la parábola se abre hacia la _____

La coordenada x del vértice si $D = 0$ es _____

La coordenada del vértice si $D < 0$ es _____ y la parábola se abre hacia la _____

Cuando el valor absoluto $|D|$ se incrementa la parábola se convierte en _____

Cuando el valor absoluto $|D|$ disminuye la parábola se convierte en _____

Investigando el coeficiente E .

La coordenada y del vértice si $E > 0$ es _____

La coordenada y del vértice si $E = 0$ es _____

La coordenada y del vértice si $E < 0$ es _____

Por esta razón la coordenada y tiene el _____ a E .

Si $E > 0$, el vértice se mueve _____ del eje x .

Si $E < 0$, el vértice se mueve _____ del eje x .

Investigando el coeficiente F .

Si $D > 0$, entonces aumentando el valor de F la parábola se mueve hacia fuera del eje y y a la _____

Si $D < 0$, entonces disminuyendo el valor de F la parábola se mueve hacia fuera del eje y y a la _____

Parábola vertical.

Use $x^2 - 6x - 6y - 10 = 0$ para investigar los efectos de los coeficientes D, E y F .

Investigando el coeficiente D .

La coordenada x del vértice si $D > 0$ es _____

La coordenada x del vértice si $D = 0$ es _____

La coordenada x del vértice si $D < 0$ es _____

Por esta razón la coordenada x tiene el _____ a D .

Si $D > 0$, el vértice se mueve hacia fuera del eje y a la _____

Si $D < 0$, el vértice se mueve hacia fuera del eje y a la _____

Investigando el coeficiente E .

La coordenada y del vértice si $E > 0$ es _____ y la parábola se abre _____

La coordenada y del vértice si $E = 0$ es _____

La coordenada y del vértice si $E < 0$ es _____ y la parábola se abre _____

Cuando el valor de E aumenta la parábola se convierte en _____

Cuando el valor de E disminuye la parábola se convierte en _____

Investigando el coeficiente F .

Si $E > 0$, entonces incrementando F la parábola se mueve_____ del eje x .

Si $E < 0$, entonces disminuyendo F la parábola se mueve_____ del eje x .

Actividad 9.

La parábola con vértice en el origen de coordenadas.

Objetivo: El alumno será capaz de, dada la ecuación de una parábola con vértice en el origen de coordenadas, encontrar, el foco, la ecuación de la directriz, la ecuación del eje y la longitud del lado recto.

Completa la siguiente tabla.

<i>Ecuación</i>	<i>Foco</i>	<i>Ecuación de la directriz.</i>	<i>Ecuación del eje de la parábola.</i>	<i>Longitud del lado recto</i>
$x^2 = 8y$				
$y^2 = 4x$				
$y^2 = -16x$				
$x^2 = -4y$				
$x^2 = -12y$				
$y^2 = -6x$				
$7x^2 = 9y$				
$y^2 = \frac{1}{2}x$				
$2y^2 = -3x$				
$8x^2 = y$				

Actividad 10.

La parábola con vértice fuera del origen de coordenadas y eje paralelo a uno de los ejes coordenados.

Objetivo: El alumno será capaz de, dada la ecuación de una parábola con vértice fuera del origen de coordenadas, encontrar, el vértice, el foco, la ecuación de la directriz, la ecuación del eje y la longitud del lado recto.

Completa la siguiente tabla.

<i>Ecuación</i>	<i>Vértice.</i>	<i>Foco</i>	<i>Ecuación de la directriz.</i>	<i>Ecuación del eje de la parábola.</i>	<i>Longitud del lado recto</i>
$(y-2)^2 = 8(x+1)$					
$(x+4)^2 = 16(y+2)$					
$(x-3)^2 = -(y+1)$					
$(y+1)^2 = -4(x-2)$					
$(x-2)^2 = 4(y-3)$					
$y^2 - 4y + 4x + 4 = 0$					
$x^2 + 6x - 4y + 1 = 0$					
$y^2 + 2y - x = 0$					
$x^2 - 4x = 2y$					
$y^2 + 12y = -x + 1$					