CONCEPTOS CLAVE DE LA UNIDAD 3

1. Razón trigonométrica seno.

Si θ es la medida de algún ángulo interior agudo en cualquier triángulo rectángulo, entonces a la razón que hay de la longitud del cateto opuesto al ángulo a la longitud de la hipotenusa se le llama razón trigonométrica seno.

En el triángulo de la figura 1, $sen\ \theta = \dfrac{longitud\ del\ cateto\ opuesto\ al\ \angle A}{longitud\ de\ la\ hipotenusa}$

2. Razón trigonométrica coseno.

Si θ es la medida de algún ángulo interior agudo en cualquier triángulo rectángulo, entonces a la razón que hay de la longitud del cateto adyacente al ángulo a la longitud de la hipotenusa se le llama razón trigonométrica coseno.

En el triángulo de la figura 1, $cos\ \theta = \dfrac{longitud\ del\ cateto\ adyacente\ al\ \angle A}{longitud\ de\ la\ hipotenusa}$

3. Razón trigonométrica tangente.

Si θ es la medida de algún ángulo interior agudo en cualquier triángulo rectángulo, entonces a la razón que hay de la longitud del cateto opuesto al ángulo a la longitud del cateto adyacente al ángulo se le llama razón trigonométrica tangente.

En el triángulo de la figura 1, $tan\ \theta = \dfrac{longitud\ del\ cateto\ opuesto\ al\ \angle A}{longitud\ del\ cateto\ adyacente\ al\ \angle A}$

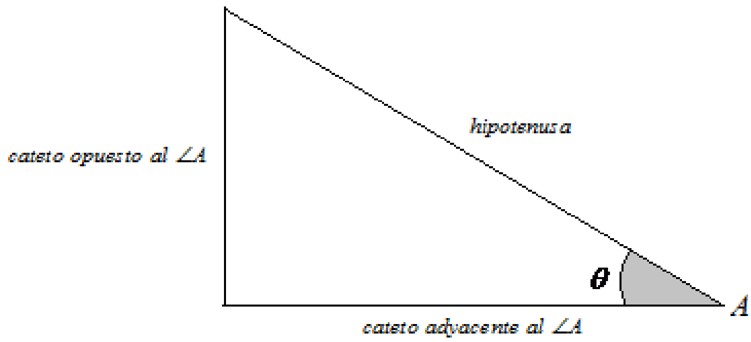


Figura 1

4. El grado

Si una circunferencia se divide en 360 partes iguales, el ángulo central subtendido por cada arco corresponderá a un grado sexagesimal.

Es decir, un grado sexagesimal o simplemente grado, es la medida del ángulo central subtendido por un arco cuya longitud es igual a $\frac{1}{360}$ de la circunferencia, correspondiente a la distancia entre un par de marcas consecutivas de un transportador.

5. Los radianes

La medida del ángulo central AOB de la figura 2 se puede determinar comparando mediante una razón a la longitud del arco $\overset{\frown}{AB}$ que subtiende, con la longitud del radio $\overline{OA}$ de la circunferencia, con las mismas unidades, esto es $\measuredangle AOB = \frac{\overset{\frown}{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overset{\frown}{AB}}{r}$.

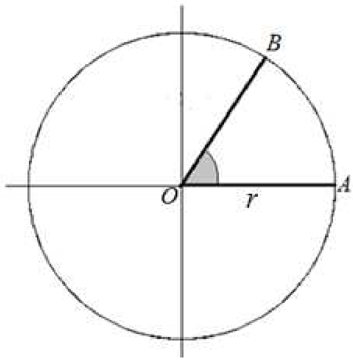


Figura 2

La magnitud del giro del radio para formar el ángulo se define con el uso de magnitudes relacionadas con medidas de longitud.

Cuando la longitud del arco $\overset{\frown}{AB}$ es igual a la longitud del radio $\overline{OA}$, se obtiene la unidad de medida del ángulo en este sistema, conocida como el radián, es decir, un radián es la medida del ángulo central que abarca un arco de longitud igual a la del radio de la circunferencia.

6. Conversión de grados a radianes

Si representamos con Deg a la medida del ángulo en grados y con Rad a la medida del ángulo en radianes, la fórmula para convertir la medida en grados de un ángulo a radianes es: $Rad = (Deg)\left(\frac{\pi}{180}\right)$

Factor de conversión: $\frac{\pi}{180}$

7. Conversión de radianes a grados

Si representamos con Rad a la medida del ángulo en radianes y con Deg a la medida del ángulo en grados, la fórmula para convertir la medida en radianes de un ángulo a grados es: $Deg = (Rad)\left(\frac{180}{\pi}\right)$

Factor de conversión: $\frac{180}{\pi}$

8. Triángulo y ángulo de referencia

Si se identifica al punto sobre la circunferencia del lado final del ángulo en el plano cartesiano con $P(a,b)$ y se traza desde dicho punto una perpendicular hasta el eje de abscisas en el punto Q, se formará el triángulo OQP rectángulo llamado triángulo de referencia y al ángulo agudo con vértice en el origen se le conoce como ángulo de referencia, como se muestra en la figura 3.

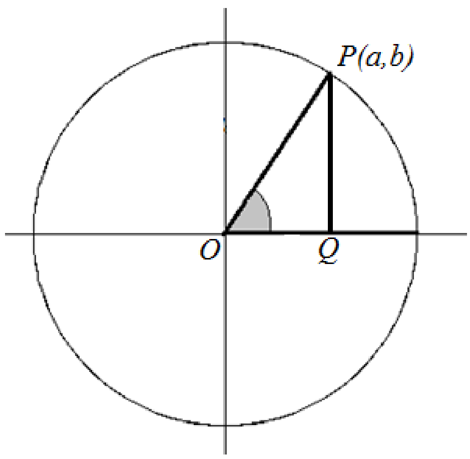


Figura 3

9. El valor del seno y del coseno para la medida de un ángulo en el plano cartesiano

Sin importar en que cuadrante se encuentre el punto P de la circunferencia, se cumple que:

$$sen\ x = \frac{ordenada\ del\ punto\ P}{distancia\ del\ origen\ al\ punto\ P}$$

$$cos\ x = \frac{abscisa\ del\ punto\ P}{distancia\ del\ origen\ al\ punto\ P}$$

10. Circunferencia unitaria

Si se considera que la circunferencia del ángulo en el plano cartesiano es igual a la unidad, se tendrá un modelo geométrico conocido como circunferencia unitaria mostrada en la figura 4, que tiene la particularidad de que la medida del ángulo central AOP es igual a la longitud x del arco que subtiende.

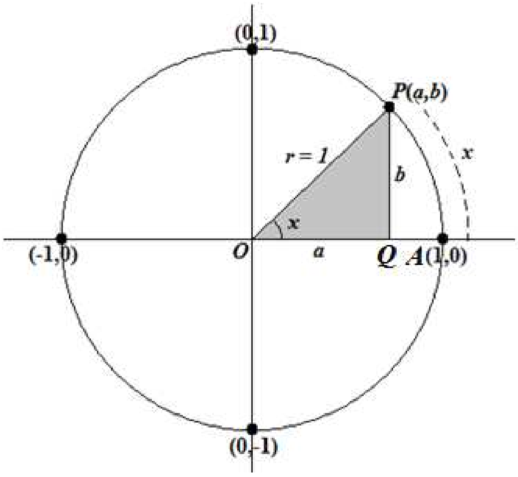


Figura 4

11. Función periódica

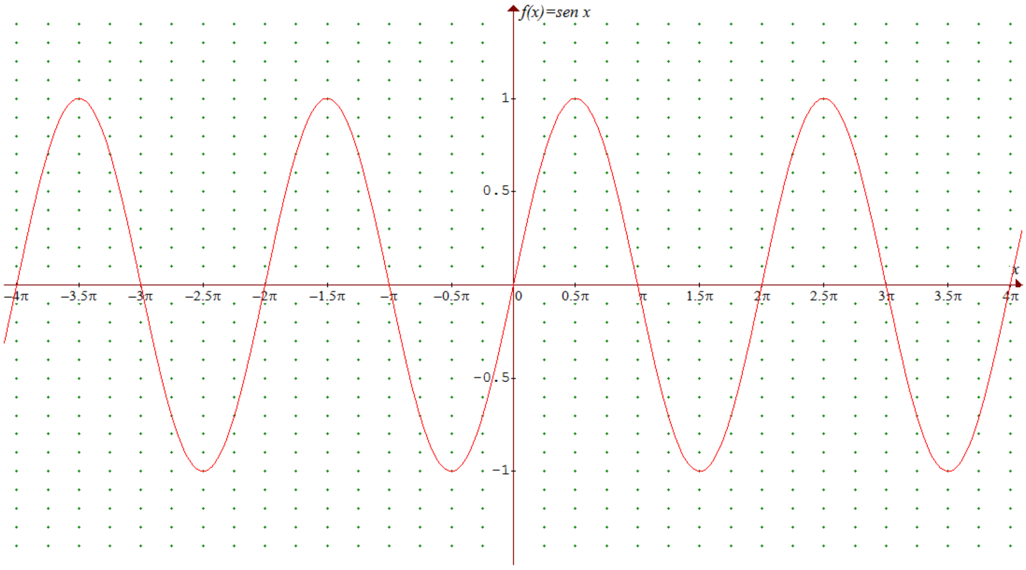
Si para todo valor de x en el dominio de una función f existe algún número real p tal que $f(x+p) = f(x)$, entonces la función f es periódica.

Al menor número positivo p se le conoce como el periodo de la función f.

12. Amplitud de onda

Es el valor de la máxima distancia que separa a la onda de su línea de equilibrio.

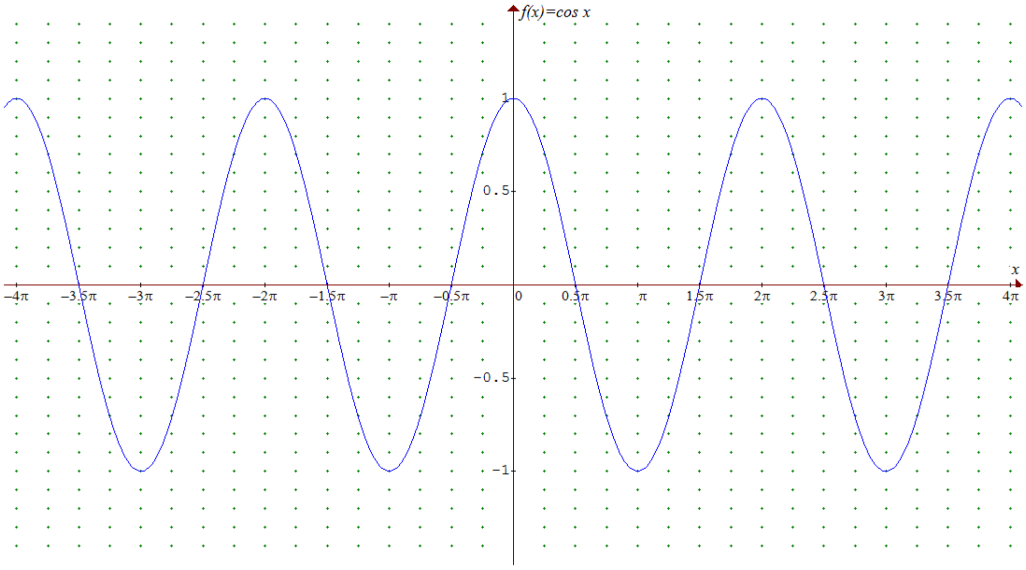
13. La función básica del seno $f(x) = sen\ x$, gráfica y características



Onda senoidal básica

1. Dominio: $\mathbb{R}$
2. Máximo: 1
3. Mínimo: -1
4. Rango: $[-1,1]$
5. Intersección con el eje de ordenadas: $f(x) = 0$
6. Intersección con el eje de abscisas (ceros): valores de $x = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
7. Es continua (no tiene interrupciones)
8. Periodo: 2π
9. Amplitud: 1

14. La función básica del coseno $f(x)=\cos x$, gráfica y características



Onda cosenoidal básica

1. Dominio: $\mathbb{R}$
2. Máximo: 1
3. Mínimo: -1
4. Rango: $[-1,1]$
5. Intersección con el eje de ordenadas: $f(x)=1$
6. Intersección con el eje de abscisas (ceros): valores de $x=\dfrac{(2k+1)\pi}{2}$

, $k\in\mathbb{Z}$

7. Es continua (no tiene interrupciones)
8. Periodo: 2π
9. Amplitud: 1

15. Amplitud y periodo de seno y coseno

La amplitud y el periodo de las ondas correspondientes a las funciones trigonométricas $f(x)=A\cdot sen\ Bx$ y $f(x)=A\cdot \cos Bx$ son:

a) Amplitud $=|A|$

b) Periodo $=\dfrac{2\pi}{|B|}$

16. Reflexión de una onda cosenoidal con respecto a su línea de equilibrio

Para reflejar una onda cosenoidal con respecto a su línea de equilibrio, bastará con cambiar el signo del parámetro A de la función correspondiente.

17. Reflexión de una onda senoidal con respecto a su línea de equilibrio

Para reflejar una onda senoidal con respecto a su línea de equilibrio, bastará con cambiar el signo del parámetro A o del parámetro B, pero no ambos, de la función correspondiente.

18. Desfase de una onda senoidal o cosenoidal

Al sumar la cantidad C, positiva o negativa, al argumento Bx de la función correspondiente a la onda senoidal o cosenoidal, ésta sufrirá un desfase de $\left|\frac{C}{B}\right|$ unidades a la derecha o a la izquierda según lo siguiente:

a) Si C es positiva, el desfase es a la izquierda.

b) Si C es negativa, el desfase es a la derecha.

19. Desplazamiento vertical de una onda senoidal o cosenoidal

Al sumar la cantidad D, positiva o negativa, a la función correspondiente de una onda senoidal o cosenoidal, ésta se desplazará $|D|$ unidades hacia arriba o hacia abajo según lo siguiente:

a) Si D es positiva, el desplazamiento es hacia arriba.

b) Si D es negativa, el desplazamiento es hacia abajo.

20. Equivalencia entre las funciones senoidales y cosenoidales

a) La función senoidal $f(x) = D + A \cdot sen\ (Bx + C)$, es equivalente a la función cosenoidal $f(x) = D + A \cdot cos\ \left(Bx + C - \frac{\pi}{2}\right)$

b) La función cosenoidal $f(x) = D + A \cdot cos\ (Bx + C)$, es equivalente a la función senoidal $f(x) = D + A \cdot sen\ \left(Bx + C + \frac{\pi}{2}\right)$

21. Periodo y frecuencia de una onda relacionada a un fenómeno periódico relacionado con el tiempo

El periodo P es el tiempo en segundos que le toma a la onda hacer una oscilación completa.

La frecuencia f es el número de veces que oscila una onda en un segundo, en Hz.

22. Relación entre el periodo y la frecuencia de una onda

Si una onda tiene periodo P y frecuencia f, entonces $P = \frac{1}{f}$ y $f = \frac{1}{P}$.

Es decir, que el periodo y la frecuencia son recíprocos.

23. Funciones trigonométricas correspondidas a fenómenos periódicos relacionados con el tiempo.

$f(t) = D + A \cdot sen(\omega \cdot t + C)$ o $f(t) = D + A \cdot cos(\omega \cdot t + C)$, donde $\omega = \frac{2\pi}{P}$