CONSTRUCCIÓN DE UNA FUNCIÓN POLINOMIAL

Sugerencias para quien imparte el curso

Se deben revisar los trazos que los alumnos realicen para el bosquejo de sus graficas, el error en un signo de alguna raíz da lugar a bosquejos inadecuados e incorrectos.

Propósitos

- A partir de las raíces de una ecuación polinomial construye una función polinomial y bosqueja la grafica asociada a ella.

Antes de bosquejar una gráfica, es necesario conocer algunos elementos importantes, para ello se realizarán algunos ejercicios previos.

Ejemplos

1) Encontrar la ecuación cuadrática que tiene como raíces $x_1 = \frac{3}{5}$ y $x_2 = -\frac{1}{3}$.

$$\left(x - \frac{3}{5}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) = 0$$

Multiplica los términos, la ecuación de segundo grado, reduciendo términos semejantes y eliminando denominadores se tiene

$$15x^2 - 4x - 3 = 0$$

2) Encontrar la ecuación cuadrática que tiene como raíces $x_1 = -1$ y $x_2 = \frac{1}{4}$.

$$(x + 1)\left(x - \frac{1}{4}\right) = 0$$

Multiplica los términos. La ecuación de segundo grado que obtienes es:

_____

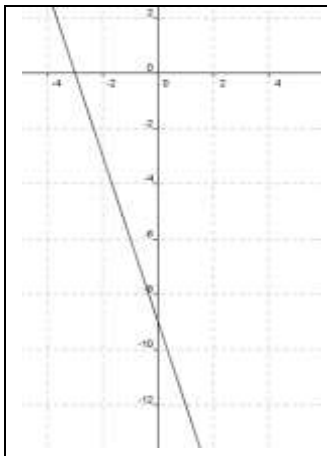
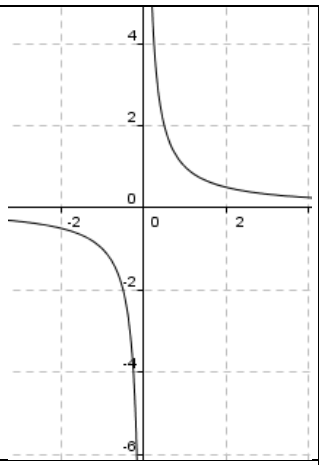
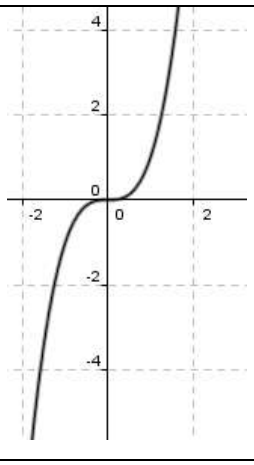
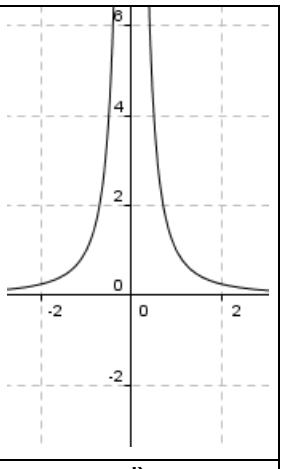
Reduciendo términos semejantes y eliminando denominadores se tiene

_____

Una función polinomial tiene como dominio al conjunto de los números reales, es decir, está definida para todo número real. Este tipo de gráficas consta

de un solo trazo sin rupturas, se traza “sin levantar el lápiz”. En general se dice que toda función **polinomial es continua.**

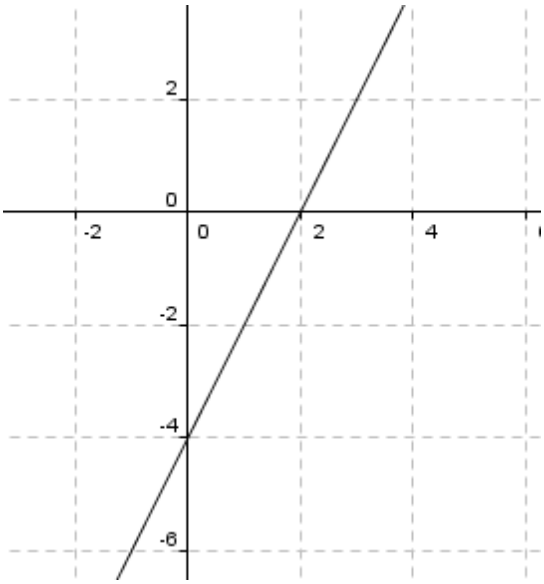
Indica cuales de las siguientes son funciones continuas.

			
a)	b)	c)	d)

Se dice que una función es ***positiva*** en la región en que se gráfica se encuentra *arriba* de las abscisas.

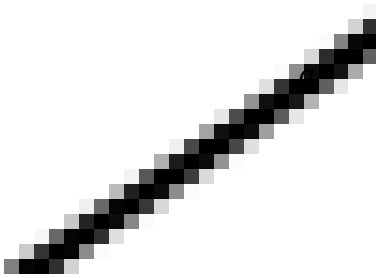
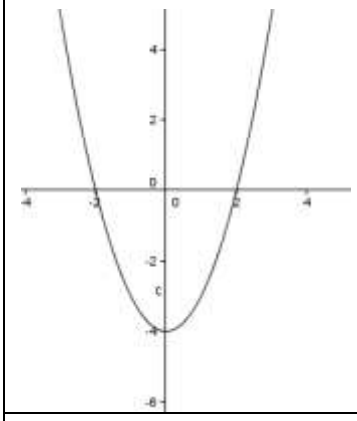
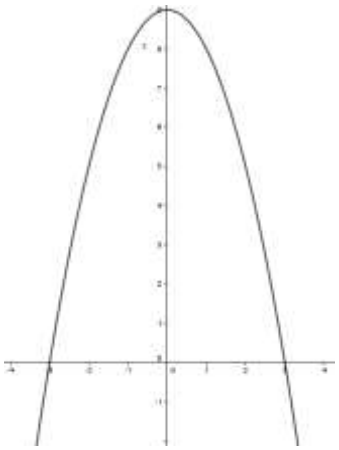
Se dice que una función es ***negativa*** en la región en que se gráfica se encuentra *abajo* de las abscisas.

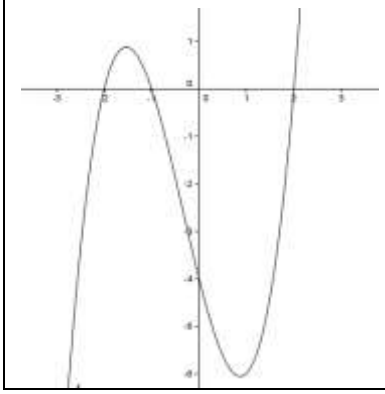
3) En la siguiente gráfica



Si $x > 2$ la función es positiva, pero si $x < 2$, la función es:_____

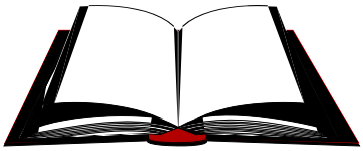
En las siguientes gráficas, indica cuando la función es positiva y cuando es negativa

	La función es positiva cuando $x >$____ La función es negativa cuando $x <$____
	La función es positiva cuando $x < -2$, o $x >$_____ La función es negativa cuando x está entre ____ y ____
	La función es positiva cuando x está entre ____ y _____ La función es negativa cuando $x <$ ____ o $x >$____

	La función es positiva cuando: x está entre ____ y _____. También cuando $x >$_____ La función es negativa cuando $x <$ ____ y cuando x está entre ____ y ____

Sugerencias para quien imparte el curso

Asegurarse de que los alumnos han comprendido los elementos trabajados hasta el momento, posteriormente hacer los bosquejos de las gráficas siguiendo los pasos que se indican enseguida.



Procedimiento bosquejar una grafica de una función polinomial

1.- Localiza los ceros o raíces del polinomio en un sistema de coordenadas cartesianas.

2. Dividir el eje x en intervalos, a partir de las raíces dadas.
3. Determinar el carácter positivo o negativo de la función en cada intervalo.
4. Bosquejar la grafica tomando ventaja de que la función es continua.

Ejemplos

Bosquejar la gráfica de la función polinomial cuyos ceros o raíces son $x_1 = -3\ y\ x_2 = 1$.

De acuerdo con los ejemplos 1 y 2 anteriores,

$$f(x) = (x+3)(x-1)$$

Por tanto $f(x) =$ _____

Los ceros dividen al eje x en tres intervalos $(-\infty, -3), (-3, \quad) y\ (1, \quad)$

De acuerdo al paso tres del procedimiento, necesitamos determinar el carácter positivo o negativo de la función (ver ejemplo anterior)

Primero toma un valor para x en cada uno de los tres intervalos, evalúa la función en dicho valor y registra el signo obtenido. La tabla siguiente te ayudará, debes completarla antes de continuar

Intervalo	**Valor x propuesto**	$\boldsymbol{f(x) = x^2 + 2x - 3}$	**Carácter de la función**
$(-\infty, -3)$	-5	12	Positiva
$(-3, 1)$	-1		
$(1, \infty)$	2		

Con la información obtenida, bosqueja la grafica, tendrás una idea general de su comportamiento y su forma.

Sugerencias para quien imparte el curso

Hacer que los alumnos sigan paso a paso las recomendaciones, de ser el caso, quien imparte el curso debe hacer más ejercicios involucrando a los estudiantes para que en conjunto, se disipen las dudas

1) Bosquejar la gráfica de la función polinomial cuyos ceros o raíces son $x_1 = -\frac{2}{3}\ y\ x_2 = \frac{4}{5}$.

De acuerdo con los ejemplos anteriores,

$$\left(x + \frac{2}{3}\right)\left(x - \frac{4}{5}\right) = 0$$

Por tanto $f(x) =$ _____

Los ceros dividen al eje x nuevamente en tres intervalos $(-\infty,\quad),(\quad,\quad)y\,(\quad,\quad)$

De acuerdo al paso tres del procedimiento, necesitamos determinar el carácter positivo o negativo de la función (ver ejemplos anteriores)

Primero toma un valor para *x* en cada uno de los tres intervalos, evalúa la función en dicho valor y registra el signo obtenido. La tabla siguiente te ayudará, complétala.

Intervalo	**Valor x propuesto**	$\boldsymbol{f(x) = x^2 - \frac{2}{15}x - \frac{8}{15}}$	**Carácter de la función**
$\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right)$	-2		Positiva
$\left(-\frac{2}{3}, \frac{4}{5}\right)$	-0	-3	
$(\frac{4}{5}, \infty)$	2		

Con la información obtenida, bosqueja la grafica, tendrás una idea general de su comportamiento y su forma.

2) Bosquejar la gráfica de la función polinomial cuyos ceros o raíces son $x_1 = -3,\ x_2 = -1,\ x_3 = 1$.

Los factores son: $(x+\quad)(x+\quad)(x-\quad) = 0$

Por tanto $f(x) =$ _____

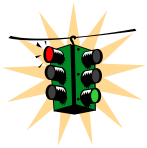
Los ceros dividen al eje *x* en cuatro intervalos $(-\infty,\quad),(\quad,\quad)(\quad,\quad)(1,\infty)$

Nuevamente necesitamos determinar el carácter positivo o negativo de la función (ver ejemplos anteriores).

Primero toma un valor para *x* en cada uno de los cuatro intervalos, evalúa la función en dicho valor y registra el signo obtenido. Completa la tabla siguiente.

Intervalo	**Valor x propuesto**	$\boldsymbol{f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3}$	**Carácter de la función**
$(-\infty,-3)$	-5	-58	
$(-3,-1)$	-2		
$(-1,1)$	0		Negativa
$(1,\infty)$	3		Positiva

Con la información obtenida, bosqueja la grafica.



Conceptos clave:

32. Dada una ecuación polinomial de grado n , con coeficientes enteros, podemos expresarla como el producto de n factores lineales. El proceso inverso también es posible.

33. Dado un conjunto de números reales se pueden formar factores lineales con ellos y construir una ecuación polinomial que tenga ese conjunto de números como raíces.

34. Una ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$, puede escribirse como:

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$, que a su vez puede expresarse como el producto de dos factores lineales.$(x + m)(x + n) = 0$, donde $-m\ y - n$ son las raíces de la ecuación. Así el dominio de la función cuadrática asociada a esta ecuación son todos los números reales $\mathbb{R}$.

35. Se dice que una función es ***positiva*** en la región en que se gráfica se encuentra *arriba* de las abscisas.

36. Se dice que una función es ***negativa*** en la región en que se gráfica se encuentra *abajo* de las abscisas.

37. Una función polinomial tiene como dominio al conjunto de los números reales, es decir, está definida para todo número real. Este tipo de gráficas consta de un solo trazo sin rupturas, se traza “sin levantar el lápiz”. En general se dice que toda función **polinomial es continua**.

Ejercicio 8

Para cada uno de los ejercicios siguientes se proporcionan las raíces o ceros o factores de cierta función polinomial.

a) Obtén la función polinomial
b) Determina los intervalos para saber donde la función es positiva o negativa.
c) Elaborar una tabla con los intervalos obtenidos (ver ejercicios de esta sección)
d) Bosquejar la gráfica

1.- $x_1 = -5, x_2 = 1$

2.- $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -3$

3.- $\left(x + \frac{1}{2}\right)(x - 3)(x + 1)$

4.- $\left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)(x + 1)$

5.- $(x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2)$