

ECUACIÓN GENERAL DE LA RECTA

Sugerencias para quien imparte el curso



En los ejemplos que se proponen, se debe tratar en la medida de lo posible que el propio alumno encuentre las respuestas y llegue a conclusiones.

Propósitos

- Encontrar la ecuación cartesiana de la recta cuando es paralela a uno de los ejes coordenados.
- Encontrar la ecuación cartesiana de la recta en su forma general
- Calcular los elementos que definen una recta a partir de la ecuación dada en su forma general.



Ejemplos

En los siguientes incisos, localiza los puntos en el plano cartesiano, traza las rectas correspondientes que pasan por los puntos indicados, determina su pendiente y ángulo de inclinación.

- a) La recta que pasa por los punto $A(-1,2)$ y $B(1,2)$
- b) La recta que pasa por los punto $C(2,3)$ y $D(2,7)$
- c) La recta que pasa por los punto $E(-6,5)$ y $F(-6,2)$
- d) La recta que pasa por los punto $G(3.5,4)$ y $H(1,4)$



Puntos problemáticos

Cuando sea el caso en que los dos puntos dados tengan la misma ordenada, de debe indicar que la pendiente es cero y la recta que resulta es paralela al eje de las abscisas. Otro caso es cuando los dos puntos dados tengan la misma abscisa, en este caso, se debe indicar a los alumnos que la recta que resulta tiene un ángulo de 90 grados, es decir, es perpendicular al eje de las abscisas (paralela el eje de las ordenadas).

Con los puntos del ejemplo anterior, completa la tabla siguiente:

Puntos	Pendiente	Angulo de inclinación
$A(-1,2)$ y $B(1,2)$		
$C(2,3)$ y $D(2,7)$		
$E(-6,5)$ y $F(-6,2)$		
$G(3,5,4)$ y $H(1,4)$		

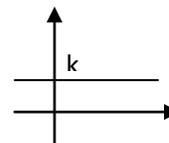
¿Cuál será la ecuación de cada recta?



Conceptos clave:

1. Las **rectas paralelas al eje X**, o rectas horizontales, tienen pendiente cero y su ecuación es de la forma:

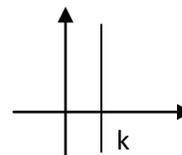
$$y = k$$



Donde k es cualquier número real sobre el eje de las ordenadas

2. Las **rectas paralelas al eje Y**, o rectas verticales, tienen un ángulo de inclinación de 90^0 , su ecuación es de la forma:

$$x = k$$



Donde k es cualquier número real sobre el eje de las abscisas

- a) Traza la recta cuya ecuación es $x = 3$
 b) Traza la recta cuya ecuación es $y = -5$

¿Cuáles de las gráficas de los incisos anteriores, son paralelas al eje X? _____

¿Cuáles de las graficas de los incisos anteriores son paralelas al eje Y? _____

En la sección anterior, se estudió la ecuación de la recta de la forma

$$y = mx + b$$

Donde m es la pendiente de la recta y b la ordenada al origen.

Ejemplo 2

Si una recta tiene la ecuación $2x + y + 2 = 0$, ¿Cuál es su pendiente m ?
¿Cuál es la ordenada al origen b ? Si despejamos y de la ecuación anterior, se tiene que $y =$ _____

En esta forma obtenemos que la pendiente y la ordenada al origen son respectivamente _____ y _____.



Conceptos clave:

3. Si la ecuación de la recta está dada de la forma

$$Ax + By + C = 0$$

Decimos que está en la **forma general**.

¿Cómo puedes saber cuál es la pendiente y la ordenada al origen de la recta si su ecuación está en forma general?

$$Ax + By + C = 0$$

Despeja y en la ecuación anterior

$$By = -Ax \text{ _____}$$

Por lo tanto $y =$ _____



Conceptos clave:

4. Dada la ecuación de la recta en su forma general,

La **pendiente** está dada por: $m = -\frac{A}{B}$

La **ordenada al origen** está dada por: $b = -\frac{C}{B}$

Utilizando las expresiones anteriores, para encontrar la pendiente y ordenada al origen de la recta en forma general, solo es necesario conocer el valor de los coeficientes A, B y C .

Ejemplo 3

En la ecuación $2x + 3y - 6 = 0$

¿Cuál es el valor de A ? _____ ¿Cuál es el valor de B ? _____ ¿Cuál es el valor de C ? _____

Con estos valores, ¿Cuál es el valor de la pendiente m ? _____ ¿Cuánto vale la ordenada al origen b ? _____

Calcula la pendiente y ordenada al origen para el ejemplo 2 que ya hiciste y te darás cuenta de que los resultados coinciden.



Ejercicio 3 Para cada uno de los siguientes ejercicios, resuelve lo que se te indica

Calcula la pendiente y la ordenada al origen de las siguientes ecuaciones de la recta.

a) $3x - 2y = 1$	b) $x - y = -3$
c) $11x = 6y + 4$	d) $3y - 2x = 1$
e) $\frac{2}{5}x + y = \frac{9}{7}$	f) $y - 2x = 2y + x - 1$

Traza la grafica de las siguientes rectas:

- a) $y = 2$
- b) $x = -3$
- c) $y = -1$
- d) $y = 4.5$
- e) $x = 6.3$
- f) $x = -\frac{1}{2}$

Dadas las siguientes ecuaciones, convertirlas a su forma general

- a) $y = 3x + 1$
- b) $y = -x + \frac{1}{2}$
- c) $y = 11x - 8$
- d) $y = -\frac{3}{4}x - 4$
- e) $y = 2x + \frac{4}{3}$

PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD

Sugerencias para quien imparte el curso



Puesto que ya se ha trabajado, en esta parte los alumnos deben saber cómo obtener la pendiente de la recta dados dos puntos y argumentar sus respuestas.

Propósitos

- Decidir a partir de las ecuaciones de dos rectas, si son paralelas, perpendiculares o secantes.
- Expresar los argumentos que justifican las condiciones analíticas para el paralelismo o para la perpendicularidad de dos rectas.



El problema del arquitecto

1) Cierta vendedor de artículos arquitectónicos que trabaja en tu empresa, te dice que su pago por comisión no es justo, pues no se están respetando las políticas de la empresa, en las cuales originalmente se acordó se pagaría al final de cada mes 20 euros por cada año de antigüedad más 15 euros por cada producto vendido.

Las siguientes tablas muestran lo que han ganado dos de sus compañeros que llevan 3 y 5 años en la empresa, él lleva 8 años en ella.

Tres Años		Cinco Años		Ocho Años	
Cant. Vendida	Tot pagado	Cant. Vendida	Tot pagado	Cant. Vendida	Tot pagado
5	135	5	175	6	250
9	195	12	280	7	265
12	240	15	325	9	295
17	315	19	385	11	325
23	405	20	400	14	370

Con estos datos obtén la pendiente y ordenada al origen de las ecuaciones para cada uno de los empleados, llena la tabla y gráficalas en tu cuaderno en el mismo plano cartesiano.

Sugerencias para quien imparte el curso



Recordar a los alumnos que ellos saben cómo obtener la ecuación de una recta dados dos de sus puntos.

No.	Antigüedad	Ecuación de la forma $y = mx + b$	Pendiente m	Ordenada en el origen b
1	tres años			
2	cinco años			
3	ocho años			

¿Cómo son entre si las pendientes de las tres rectas?

¿Qué puedes comentar sobre las tres gráficas que dibujaste en tu cuaderno?

¿Cómo se les nombra a este tipo de rectas? _____

¿Es cierto lo que dice el vendedor respecto a que el pago no está siendo justo?

Ejemplo 1. Tomando nuevamente el problema del arquitecto, supón que tienes empleados que sólo terminaron la secundaria, a ellos les pagarás por cada año de antigüedad 1 euro, más 2 euros por cada producto vendido. Ellos son los empleados 5, 6, y 7. Completa la tabla.

No. De empleado	Antigüedad	Ecuación de la forma $y = mx + b$	Pendiente m	Ordenada en el origen b
5	tres años			
6	cinco años			
7	ocho años			

En tu cuaderno grafica la ecuación para el empleado 5.

Nuevamente en tu cuaderno y utilizando el mismo plano cartesiano, de la recta del empleado 5, grafica la recta de la siguiente ecuación.

$$y = -\frac{1}{2}x + 5$$

¿Qué relación tienen las dos rectas que dibujaste en tu cuaderno?

Mide sus ángulos con una escuadra. ¿Cuánto miden los ángulos entre las rectas? _____

Ejemplo 2. En tu cuaderno dibuja el plano cartesiano y grafica la ecuación $y = 5x + 2$

En el mismo plano, grafica la ecuación

$$y = -\frac{1}{5}x + 2$$

Mide nuevamente con una escuadra los ángulos entre las dos rectas. ¿Cuánto miden los ángulos entre las rectas? _____

¿Cómo se llama a este tipo de rectas? _____

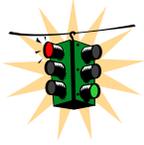
En la tabla siguiente escribe los valores de las pendientes de los ejemplos 1 y 2.

	m_1	m_2
Ejemplo 1		
Ejemplo 2		

¿Qué relación guardan entre si las pendientes de las rectas que calculaste en la tabla del ejemplo 1? _____

¿Qué relación guardan entre si las pendientes de las rectas en el ejemplo 2? _____

Puedes generalizar tus conclusiones



Conceptos clave:

5. Dadas dos rectas l_1 y l_2 con pendientes m_1 y m_2 , respectivamente, serán **paralelas** si y sólo si sus pendientes son iguales.
6. Dadas dos rectas l_1 y l_2 con pendientes m_1 y m_2 , respectivamente, serán **perpendiculares**, si y sólo si, el producto de sus pendientes es igual a -1 , lo cual se cumple solamente cuando los valores sean números recíprocos y con signo contrario.



Ejercicios 4

Resuelve los siguientes ejercicios de acuerdo con las instrucciones

1. Considera el **problema del arquitecto** dado de esta sección, supón que ahora se pagará a cada vendedor 10 euros por cada año de antigüedad y una comisión de 5 euros por cada producto vendido.

a) Completa la tabla para cada uno de los empleados

Tres Años de antigüedad		Cinco Años de antigüedad		Ocho Años de antigüedad	
Cant. Vendida	Tot pagado	Cant. Vendida	Tot pagado	Cant. Vendida	Tot pagado
5					
7					
9					

- b) Comprueba que la pendiente y el ángulo de inclinación es el mismo para cada una de las rectas del inciso a)
- c) Obtén las tres ecuaciones en la forma $y = mx + b$
- d) Dibuja en tu cuaderno, la grafica de cada una de las rectas obtenidas
- e) Escribe sus ecuaciones en su forma general.
2. ¿Cómo son las tres rectas entre sí? Argumenta tu respuesta
3. Encuentra sin graficar, las tres ecuaciones de las rectas que son perpendiculares a las rectas del ejercicio anterior.
4. Encuentra la ecuación de la recta que es perpendicular a $3x + y - 1 = 0$ y que pasa por $P(-3,0)$. Escríbela en su forma general.
5. Encuentra la ecuación de la recta paralela a $3x - 5y + 4 = 0$ que tiene la misma ordenada al origen que la recta $x + 3y - 3 = 0$. Escríbela en su forma general.
6. Los puntos $P(-3,3)$, $Q(-2,-1)$ y $R(1.5,1.7)$ son los vértices de un triángulo, encuentra
- La pendiente de cada lado
 - El ángulo de inclinación de cada lado
 - Encuentra la ecuación de la recta que pasa por el punto $S(-\frac{5}{2}, 1)$ y es perpendicular al lado \overline{PQ}