

# ECUACIÓN CARTESIANA DE LA RECTA DADOS DOS DE SUS PUNTOS O UNO DE SUS PUNTOS Y LA PENDIENTE

## Sugerencias para quien imparte el curso



*Tal como en la sección anterior, es importante que se comience con algún problema introductorio para permitir al alumno conocer algunas aplicaciones sobre el tema.*

## Propósitos

- Encontrar la ecuación cartesiana de la recta cuando se conocen las coordenadas de dos puntos.
- Encontrar la ecuación cartesiana de la recta cuando se conocen su pendiente o su ángulo de inclinación y las coordenadas de uno de sus puntos.
- Expresar la ecuación de una recta en la forma pendiente y ordenada al origen.



## El problema del terreno

Compraste un terrero a un precio de 10,000, dólares, el cual tiene una apreciación anual acumulada de 500 dólares, (se supone una apreciación lineal, es decir, que el valor del terreno aumenta linealmente conforme pasa el tiempo).

Calcula el valor del terreno desde cero hasta 5 años y anótalos en la tabla siguiente:

<b>Año</b>	<b>Valor</b>
0	
1	
2	
3	
4	
5	

En el contexto del problema anterior, ¿Cuál es la variable independiente? \_\_\_\_\_, ¿Cuál es la variable dependiente? \_\_\_\_\_.

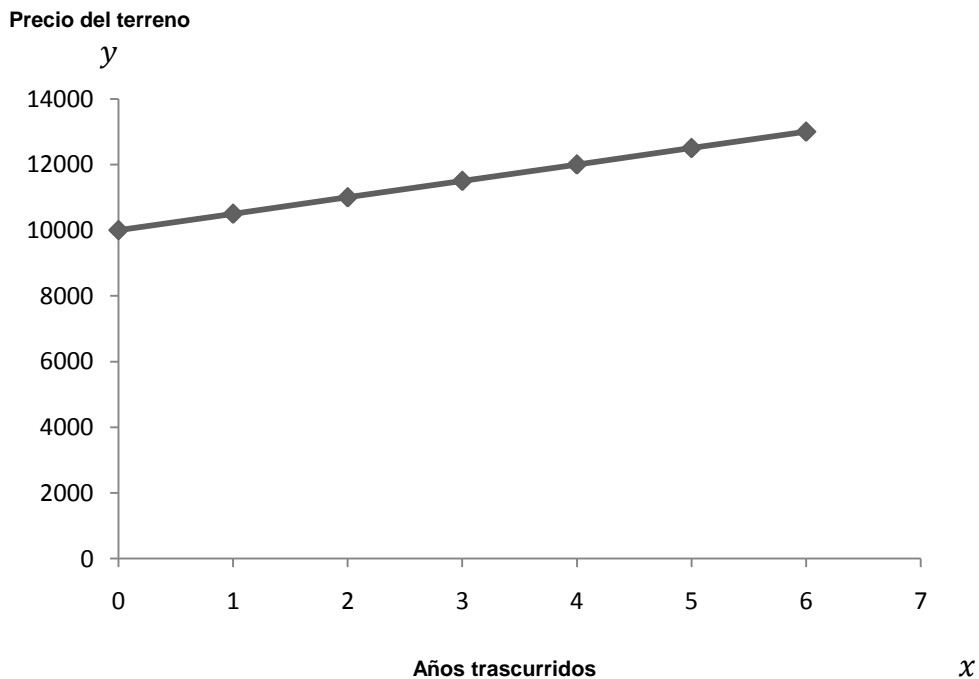
Representando a la variable independiente con  $x$  y la variable dependiente con  $y$ , te sugerimos llenar la tabla siguiente:

<b>Año</b>	<b>Valor</b>	$\Delta x = x_2 - x_1$	$\Delta y = y_2 - y_1$	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Al valor  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ , se le llama pendiente de la recta, la cual puede ser positiva, negativa o cero, y se representa con la letra minúscula  $m$ .

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Si se grafican en el plano cartesiano los puntos calculados antes, tenemos una grafica como la siguiente:



Nota que en el año cero, es decir, cuando recién adquiriste el terreno, pagaste 10,000 dólares.

El punto en donde la recta se intersecta con el eje de las ordenadas o bien, el valor de  $y$  cuando  $x$  es igual a cero, recibe el nombre de ordenada al origen y se representa con la letra  $b$  minúscula. De esta forma  $b = \underline{\hspace{2cm}}$

Con los resultados obtenidos tenemos que:

$$m = \underline{\hspace{2cm}} \quad y \quad b = \underline{\hspace{2cm}}$$

Por lo tanto la expresión matemática que modela la relación que hay entre las variables del problema del terreno es:

$$y = \underline{\hspace{4cm}}$$

Tomamos ahora otro punto sobre la recta con coordenadas  $(x, y)$  y utilizándolo con el punto  $(0, 10000)$ , calcula la pendiente:

$$\frac{y - 10000}{x - 0} = 500$$

Multiplica por  $x$

Despeja  $y$

$$y = \underline{\hspace{4cm}}$$

Observa que obtuviste la misma expresión que previamente encontraste.

La **ecuación cartesiana de la recta**, cuando se conocen las coordenadas de dos de sus puntos  $A(x_A, y_A)$  y  $B(x_B, y_B)$ , se obtiene mediante:

$$y - y_A = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} (x - x_A) \quad \text{ó} \quad y - y_B = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} (x - x_B)$$

Con esta expresión se puede calcular el valor del terreno pasados 10 años, el cual será de:  $\underline{\hspace{4cm}}$

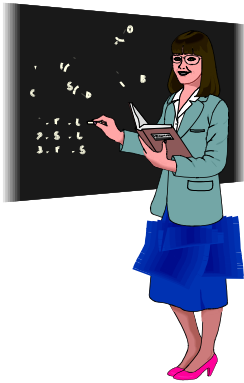
¿Cuántos años han pasado, si su valor es de 13,600 dólares?

---



### Puntos problemáticos

Algunos alumnos les resulta fácil hacer cálculos mentales y obtener las respuestas, se debe invitar a los alumnos para que apliquen las expresiones y obtengan los resultados a partir del uso de estas, también proponerles problemas que no tengan soluciones enteras.



### El problema de los teléfonos inteligentes

Cierta compañía de teléfonos inteligentes (SmartPhone), ha lanzado su último producto el cual promete características tecnológicas superiores a su anterior versión, la gente hace filas para adquirirlo, los fabricantes disponen de 4500 smartphones, que de acuerdo a los cálculos originales, se pronosticó que se agotarían en 20 días.

El decrecimiento de las existencias de los SmartPhones tiene un comportamiento lineal, sin embargo, debido al éxito de lanzamiento, consideran que los teléfonos se agotarán en tan solo 15 días.

Supón que la variable  $x$  representa el número de días, que tarda en agotarse, por lo tanto  $y$  representa

---

De acuerdo al enunciado del problema, ¿Cuáles son dos puntos de la recta que conoces? \_\_\_\_\_.

¿Cuál es la pendiente de la recta anterior? \_\_\_\_\_ ¿Qué significa ese valor?

---

¿Cuál es la ecuación que representa el número de SmartPhones en cualquier día de ese periodo?  $y =$  \_\_\_\_\_

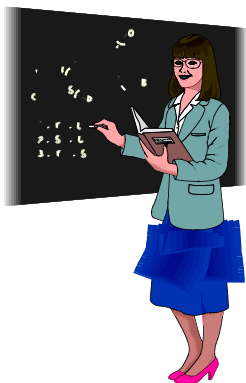
¿Cuántos SmartPhones quedarán en el décimo día? \_\_\_\_\_

Si quedan 600 SmartPhones ¿cuantos días ya han transcurrido?

\_\_\_\_\_

¿Cuál es la ordenada al origen? \_\_\_\_\_

¿Qué significa? \_\_\_\_\_



### El problema del juguete

Cierto juguete robótico costó 500 euros, sin embargo, año tras año y como todos los demás juguetes de este tipo sufrirá depreciación lineal, tú, con base en tus conocimientos del mercado y las matemáticas encontraste la forma de predecir la pérdida de valor, calculaste que la pendiente es  $m = -74.8$

¿Qué significa que  $m = -74.8$ ?

¿Cuál es la ordenada al origen? \_\_\_\_\_

¿Qué significa? \_\_\_\_\_

¿Cuál es la ecuación que representa la pérdida de valor en el ejemplo anterior?  $y =$  \_\_\_\_\_

En el problema del juguete, si  $m = -66.8$  y pasa por el punto  $(2,380)$  ¿Cuál es la ecuación?  $y =$  \_\_\_\_\_

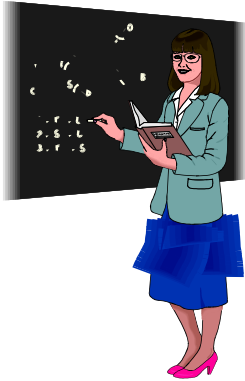
### Sugerencias para quien imparte el curso



*Invitar a los alumnos a que traten de encontrar la solución y mediante preguntas invitarlos a que puedan deducir la ecuación de la recta de la forma punto pendiente.*

Una recta no vertical con pendiente  $m$  y que contiene al punto  $(x_A, y_A)$  tiene como ecuación:

$$y - y_A = m(x - x_A)$$



### El problema de la devaluación

Cierta moneda se está devaluando con respecto al dólar, encontraste que cuando iniciaste tu estudio, 15 unidades de dicha moneda equivalía a un dólar, sabiendo que la recta que modela la situación pasa por el punto (0, 15) y el ángulo de inclinación de la misma es de 71.57 grados.

¿Qué debes hacer para encontrar la pendiente? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

¿Cuál es su pendiente? \_\_\_\_\_

¿Cuál es la ordenada al origen? \_\_\_\_\_

¿Cuál es su ecuación?  $y =$  \_\_\_\_\_

Si la moneda objeto de análisis equivalía a 20 dólares al inicio de tu estudio, y sabiendo que la recta que modela la situación tiene un ángulo de inclinación de 60 grados,

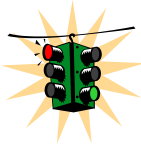
¿Cuál es su pendiente? \_\_\_\_\_

¿Cuál es la ordenada al origen? \_\_\_\_\_

¿Cuál es su ecuación?  $y =$  \_\_\_\_\_

La ecuación de la recta conociendo su pendiente y ordenada al origen está dada por:

$$y = mx + b$$



### Conceptos clave:

1. La **ecuación cartesiana de la recta**, cuando se cuando se conocen las coordenadas de dos de sus puntos  $P(x_P, y_P)$  y  $Q(x_Q, y_Q)$ , se obtiene mediante:

$$y - y_P = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} (x - x_P)$$

2. **Forma punto pendiente.** Una recta no vertical con pendiente  $m$  y que contiene al punto  $(x_A, y_A)$  tiene como ecuación:

$$y - y_A = m(x - x_A)$$

3. La ecuación de la recta conociendo su pendiente y ordenada al origen está dada por:

$$y = mx + b$$

Donde  $b$  es la ordenada al origen.

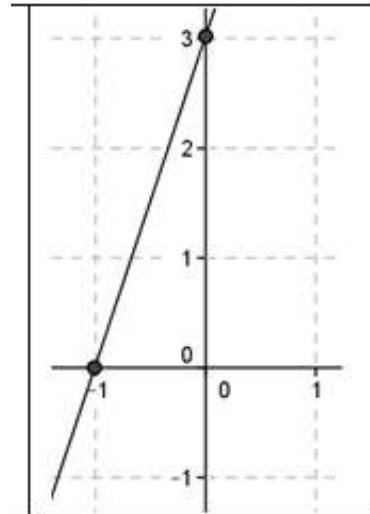


**Ejercicio 2 Para cada uno de los siguientes ejercicios, resuelve lo que se te indica**

- Después de hacer un estudio, un nutriólogo encuentra que con la dieta recetada, uno de sus pacientes baja de manera lineal en promedio 454.8 gramos por semana (siete días). Si el paciente pesa al inicio de la dieta 120kg,
  - ¿Cuánto pesará en la semana 14?
  - Cuando tenga un peso de 80kg, ¿Cuántas semanas habrán pasado? (Ayuda: No olvides hacer la conversión de gramos a kilogramos).
  - ¿Cuál es la ordenada al origen? ¿Qué significa?
  - ¿Cuál es la pendiente? ¿Qué significa?
  - ¿Cuál es la ecuación que representa el problema anterior?
- Se tiene una franquicia de restaurantes y por cada restaurante adicional se debe invertir inicialmente \$1,500,000. Se ha calculado que también con cada restaurante se tiene una utilidad neta de \$52,380 mensuales.
  - ¿Cuánta utilidad se tiene el tercer mes de operación del restaurante?
  - ¿Cuándo se tenga una utilidad acumulada de \$366,660 cuantos meses habrán pasado?
  - ¿Cuál es la ordenada al origen?
  - ¿Cuál es la pendiente?
  - ¿Cuál es la ecuación que representa el problema anterior?
- En cierto país, se sabe que en el año cero el salario mínimo estaba en \$73.04 y calculaste que el ángulo de inclinación de la recta es de 6.28 grados. Encuentra la ecuación de la recta de la forma punto pendiente para este caso.
- En los siguientes ejercicios encuentra la ecuación de la recta que pasa por los puntos dados y traza su gráfica
  - $A(1, -1)$  y  $B(2, 0)$
  - $C(0.31, 0.25)$  y  $D(2, 4)$
  - $E(\frac{1}{5}, -2)$  y  $F(\frac{1}{2}, -\frac{3}{8})$
- En los siguientes ejercicios encuentra la ecuación de la recta con el punto y pendiente o ángulo de inclinación dado.
  - $A(6, -3)$   $m = 3$
  - $B(2, 8)$   $\theta = 32^\circ$
  - $C(\frac{1}{7}, 7)$   $m = 1$



6. Obtén la ecuación de la recta graficada que se muestra a la derecha



7. Sean  $a$  y  $b$  dos números reales positivos, si una recta cruza al eje de las abscisas en  $A(a, 0)$  y al eje de las ordenadas en  $B(0, b)$ , ¿Cuál será su ecuación?