

LA RECTA Y SU ECUACIÓN CARTESIANA

Sugerencias para quien imparte el curso



Es importante comenzar con algún problema introductorio que permita al alumno conocer algunas aplicaciones prácticas sobre el tema a tratar.

Propósitos

- Identificar una recta dada una ecuación lineal con dos variables y viceversa.
- Encontrar a partir de la ecuación de una recta, en cualesquiera de sus formas, los elementos que definen su posición y trazar su gráfica.
- Encontrar el ángulo de inclinación de la recta, midiendo el ángulo y a partir de él, su pendiente.
- Decidir sin recurrir a la gráfica, si el punto dado pertenece o no a una recta.



Ejemplos

Un equipo de biólogos y médicos han girado indicaciones para que cierta vacuna contra un virus se distribuya en los territorios en donde se han registrado casos de contagio. La vacuna puede durar hasta 20 días pero sólo si se mantiene a una temperatura de -6°C . Por cada grado que aumente la temperatura, la vacuna dura dos días menos.

Sugerencias para quien imparte el curso



Invitar a los alumnos para que contesten las preguntas, que se plantean, o bien preguntar al grupo para que respondan las preguntas y solicitarles la razón de su respuesta.

¿Cuántos días puede durar la vacuna a -5°C ?

¿Cuántos días puede durar la vacuna a -4°C , -2°C , 1°C y 3°C ?

¿Cuáles son las variables del problema y que representan?

¿Cuál es la expresión matemática que modela la relación que existe entre las variables del problema?

Usando la expresión matemática, si una vacuna duro 9 días ¿Qué temperatura en grados centígrados tenia?, si duro 5 días, ¿Qué temperatura en grados centígrados tenia?

¿Cuál es la ordenada al origen? _____



Puntos problemáticos

Algunos alumnos pueden tener dificultades para despejar las variables o sustituirlas. Muchas veces los problemas son por la identificación incorrecta entre la variable independiente y dependiente. Si el problema es generalizado, quien imparte el curso debe considerar hacer un breve repaso o formar equipos para que los alumnos con menos dificultades apoyen a sus compañeros.

Obtén la gráfica que modela la situación anterior

2) La relación entre los grados Celsius ($^{\circ}\text{C}$) y los grados Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) es lineal, si 0°C equivalen a 32°F y 100°C corresponden a 212°F .

¿Cuántos grados Fahrenheit son equivalentes a 70°C ?

¿Cuántos grados Fahrenheit son equivalentes a 80, 93 y 108.5°C ?

_____, _____, _____

¿Cuál es la expresión matemática que modela la relación que existe entre las variables del problema? _____

Usando la expresión que obtuviste, ¿Cuántos grados Celsius corresponden a 70°F? _____

¿Cuántos grados Celsius corresponden a 19°F? _____

Obtén la gráfica que modela la situación anterior



¿Cuál es la ordenada al origen? _____



En los dos ejemplos anteriores, identifica cual es la estructura de las expresiones matemáticas de obtuviste:

Para el ejemplo 1 $y = ___x + ___$

Para el ejemplo 2 $___ = ___ ___ + ___$

En las expresiones matemáticas anteriores, ¿Cuáles son las pendientes?
_____, _____.

En una recta, podemos encontrar la medida del ángulo de inclinación, para esto, se usa tangente del ángulo, es decir:

$$\tan\theta = \frac{\text{longitud del cateto opuesto al ángulo}}{\text{longitud del cateto adyacente al ángulo}}$$

$$m = \tan\theta = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

Para encontrar el ángulo se usa $\tan^{-1}(m)$

Si $m < 0$ el ángulo es obtuso, entonces $\theta = 180^\circ + \tan^{-1}(m)$

Sugerencias para quien imparte el curso

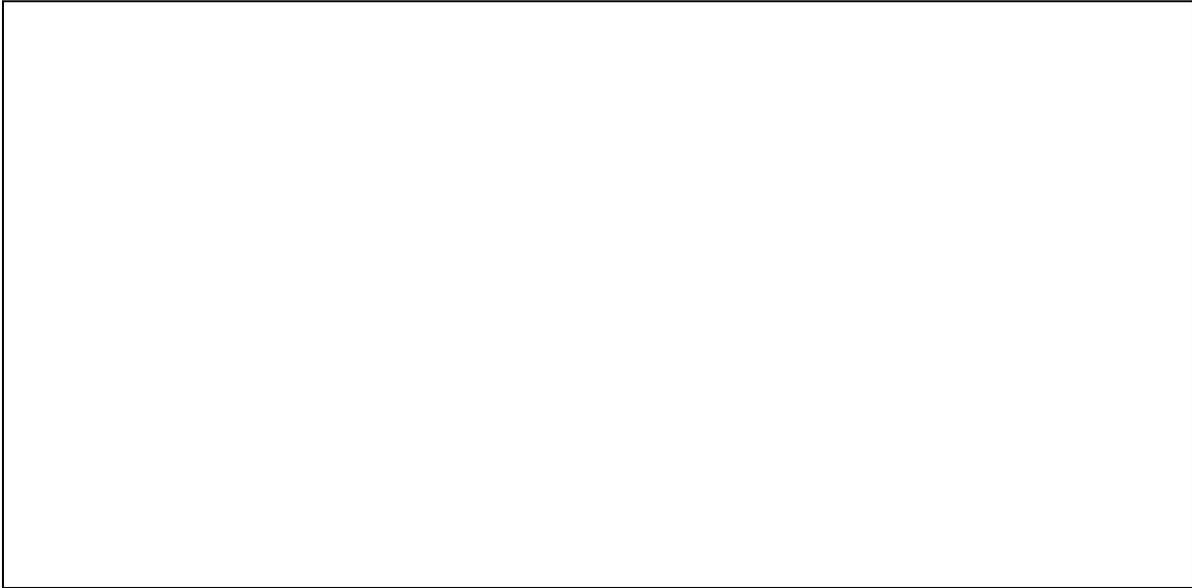


Recomendar a los alumnos el uso adecuado de sus calculadoras, algunas de ellas calculan ángulos negativos. Por el momento no ocupar la configuración de radianes.

Completa el cuadro que se muestra, utiliza tu calculadora para encontrar el ángulo de inclinación:

| | Expresión matemática | Ordenada al origen | Pendiente | Angulo de inclinación |
|---|-----------------------------|---------------------------|------------------|------------------------------|
| A | $y = 7x + 11$ | | | |
| B | $y = -4x + 1$ | | | |
| C | $y = \frac{2}{5}x - 5$ | | | |
| D | $y = -8x + \frac{1}{4}$ | | | |
| E | $y = -6x - 3$ | | | |

Grafica las ecuaciones correspondientes al inciso C y D, en el espacio de abajo.



¿Dónde cortan cada una de las rectas que dibujaste al eje y ? _____

Construye en tu cuaderno las graficas del resto de las funciones y comenta sobre la ordenada al origen y la intersección con el eje y de cada grafica.

En las gráficas que obtuviste de la tabla anterior, las pendientes pueden ser positivas o negativas. En qué incisos las pendientes son negativas _____.

Los ángulos menores a 90^0 son llamados ángulos _____ y a los ángulos que están entre 90^0 y 180^0 , se les conoce como ángulos _____

De la misma forma, el ángulo que se forma cuando la pendiente es positiva es un ángulo _____. Cuando la pendiente es negativa el ángulo es llamado _____.

Si $y = -x + 7$, cuando $x = 2$, $y = \underline{\hspace{2cm}}$, de esta forma el punto de coordenadas $(2,5)$, pertenece a la recta, ¿Qué otros puntos pertenecen a la recta?

Sin graficar, indica si los puntos $A(1,7)$, $B(0,-7)$, $C\left(\frac{1}{4}, 6.75\right)$, $D(-0.5,7.5)$, $E(0.5,7.5)$, y $F(3,2)$ pertenecen o no a la recta $y = -x + 7$

| Coordenada | Valor en la ecuación de la recta | Pertenece (si/no) |
|----------------------------------|---|--------------------------|
| (1,7) | | |
| (0,-7), | | |
| $\left(\frac{1}{4}, 6.75\right)$ | | |
| (-0.5,7.5) | | |
| (0.5,7.5) | | |
| (100,-93) | | |

Conceptos clave:

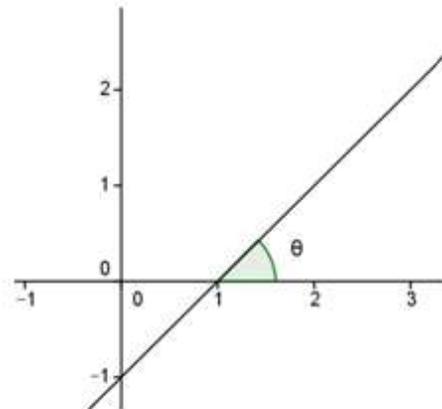
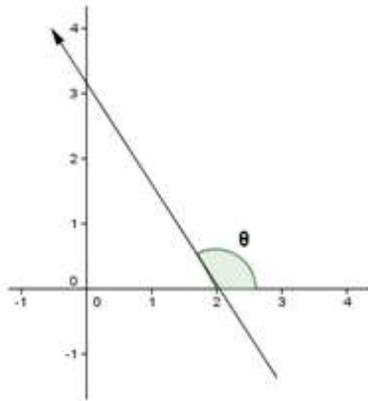


1. La ordenada al origen es la ordenada del punto, donde la recta interseca al eje de las ordenadas. Se obtiene también cuando se sustituye en la ecuación de la recta x es igual a cero.
2. Sean $P(x_p, y_p)$ y $Q(x_q, y_q)$ dos puntos distintos con $x_p \neq x_q$. La pendiente de la recta que contiene a P y Q , se representa con la letra m y está dada por la fórmula:

$$m = \frac{y_p - y_q}{x_p - x_q} \text{ con } x_A \neq x_B$$

Si $x_p = x_q$ la recta es vertical y la pendiente m no está definida, ya que resulta una división entre cero.

3. Se llama **ángulo de inclinación** de una recta, al ángulo formado con la dirección positiva del eje X . En las figuras, está representado con la letra griega θ .



- 4- Un punto pertenece a una recta si y sólo si, sus coordenadas satisfacen la ecuación de la recta.



Ejercicio 1 Para cada uno de los siguientes ejercicios, resuelve lo que se te indica

1. Tu empresa vende tabletas electrónicas, contratas a vendedores a los cuales les pagarás un sueldo mensual de \$10,000.00 más el 4% por cada peso extra que vendan en el mes.

- a) ¿Cuánto vendió un empleado que ganó \$17,000 en el mes?
 - b) ¿Cuánto ganara un vendedor que vendió \$4000.00, \$5,000 u \$8,000 al mes?
 - c) ¿Cuál es la expresión matemática que modela este problema?
 - d) ¿Cuánto tiene que vender alguien que desea ganar \$15,000 al mes?
 - e) Obtén la gráfica que modela este problema.
 - f) ¿Cuál es la ordenada al origen?
2. La escala Kelvin (K), al igual que la escala Celsius y Fahrenheit son usadas para medir la temperatura. La escala Kelvin, se obtiene sumando 273.16 a la temperatura Celsius.
- a) Escribe una ecuación que relacione K y C
 - b) Escribe una ecuación que relacione F en términos de K y después K en términos de F. (ver ejemplo 1 de esta sección)
 - c) Obtén las gráficas del inciso anterior
 - d) ¿55^oK, a cuántos ^oF equivalen?
 - e) ¿Cuántos ^oK son equivalentes a 0^oF?
 - f) ¿Cuáles la ordenada al origen de la primera ecuación del inciso b?
3. ¿Cuáles son las tres pendientes de las rectas obtenidas en los ejercicios 1 y 2 anteriores?

4. Completa la siguiente tabla

| | Expresión matemática | Ordenada al origen | Pendiente | Angulo de inclinación |
|---|-----------------------------|---------------------------|------------------|------------------------------|
| A | $y = -2x + 3$ | | | |
| B | $y = x - 6$ | | | |
| C | $y = -\frac{2}{5}x - 3$ | | | |
| D | $y = -\frac{7}{4}x + 4$ | | | |

5. En tu cuaderno, grafica las ecuaciones correspondientes al inciso A y C,
6. ¿En qué incisos las pendientes de la tabla del ejercicio 4 son positivas?
7. Los ángulos mayores a 90° y menores de 180° son llamados?
8. Indica si los puntos $A(1, -2)$, $B(2,9)$, $C(3.4, 7.5)$ y $D(3.4, 7.6)$, pertenecen o no a recta, $y = 4x - 6$,