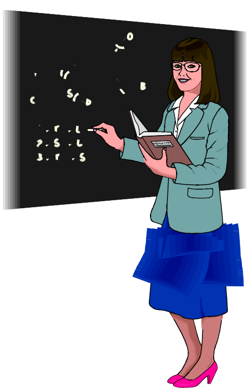
# PROBLEMAS DE CORTE EUCLIDIANO

**Sugerencias para quien imparte el curso**

*El alumno debe comprender las definiciones de las rectas notables de un triangulo, de tal forma que pueda aplicar lo aprendido en esta unidad. Se recomienda hacer un breve examen diagnóstico sobre los conceptos mencionados.*

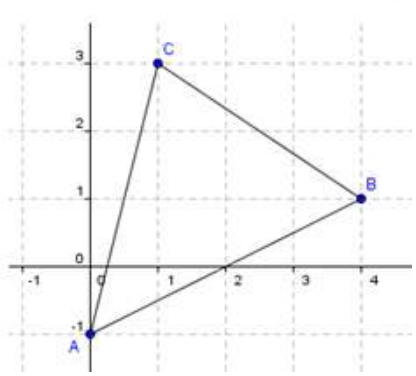
**Propósitos**

- Comprobar algunas relaciones estudiadas en Geometría Euclidiana



**El problema de la fibra óptica**

Existen tres puntos conectados con cable de fibra óptica, los cuales están simulados en el siguiente plano cartesiano.




Se desea conectar otro cable de fibra óptica que vaya del punto B al segmento de fibra óptica que existe entre los puntos A y C, sin embargo, debido al elevado costo del tendido y conexión de la fibra óptica, se desea que dicha conexión tenga la menor cantidad de cable.

En tu curso de matemáticas II, estudiaste la recta perpendicular. ¿Qué características tiene esta recta?______________________

La recta que pasa por el punto B y forma un ángulo de 90 grados con el segmento entre los puntos A y C, es decir, la perpendicular al segmento, es la que cumple con la condición especificada.

¿Qué nombre recibe en un triangulo, el segmento de recta que va de un vértice al lado opuesto o su prolongación y es perpendicular a este? ___________

¿Qué pasos realizas para calcular la distancia entre el punto B y el segmento que va del punto A al punto C?

¿Cuál es la distancia entre el punto B y el segmento que va de A a C? _________

Si suponemos la unidad de medida en metros, ¿Cuál es el área del triangulo del problema anterior? _____________

**Puntos problemáticos**

Si los alumnos no recuerdan los conceptos sobre rectas notables de un triangulo, el profesor decidirá si hace un breve repaso.

Utiliza una hoja cuadriculada y usando el triangulo del problema de la fibra óptica. Determina la longitud de la mediana que parte del vértice C a $\overline{AB}$

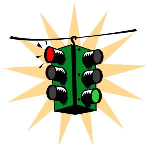
Ayuda: Determina el punto medio de $\overline{AB}$ posteriormente calcula la distancia entre el vértice C y el punto medio que encontraste.

Determina la longitud de la mediana que parte del vértice A a $\overline{CB}$

¿Cómo se define el baricentro de un triangulo?_____________________
___________________________________________________________

En una hoja cuadriculada, en el triangulo del problema de la fibra óptica, encuentra las ecuaciones de las dos medianas y localiza el baricentro de dicho triangulo.

Ayuda: Puedes encontrar las dos ecuaciones de las medianas con la formula de la ecuación de la recta dados dos puntos, tal como lo hiciste en las sesiones anteriores, posteriormente encuentra el punto de intersección de ambas rectas.



**Conceptos clave:**

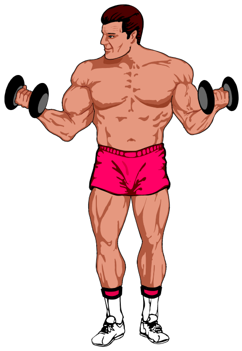
1. La **altura de un triángulo,** es el segmento de recta que va de un vértice del triángulo al lado opuesto o a su prolongación, en forma perpendicular.

2. Una **mediana** de un triángulo, es el segmento de recta que va del vértice al punto medio del lado opuesto.

   El punto medio *M* entre los puntos $P_1(x_{1,}y_{1,})\ y\ P_2(x_2 y_{2,})$, se obtiene mediante:

$$M(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$$

3. El **baricentro** es el punto en donde las tres medianas de un triángulo, se intersecan. También se conoce como centro de gravedad del triángulo, es decir, es el punto de equilibrio del triángulo.

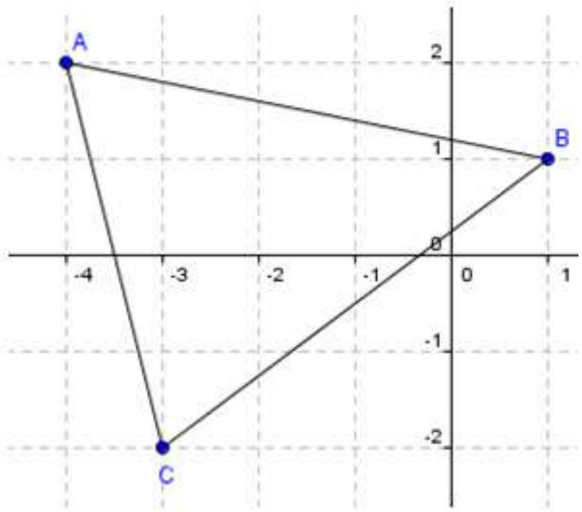


**Ejercicio 6**

**Resuelve los siguientes ejercicios**

Dado el siguiente triángulo, encuentra:
1.- Las ecuaciones de las tres medianas

2.- El baricentro



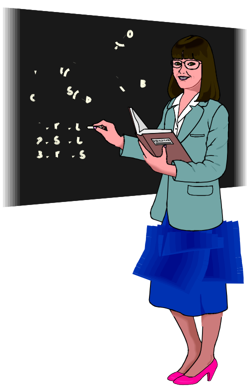

3.- ¿Cuál es la distancia del vértice C al lado $\overline{AB}$ del triangulo?

4.- ¿Cuál es la distancia del vértice B a la recta $y = x + 3$

5.- Si usamos la metros cuadrados ($m^2$) como unidad de medida. ¿Cuál es el área del triángulo?

**Sugerencias para quien imparte el curso**

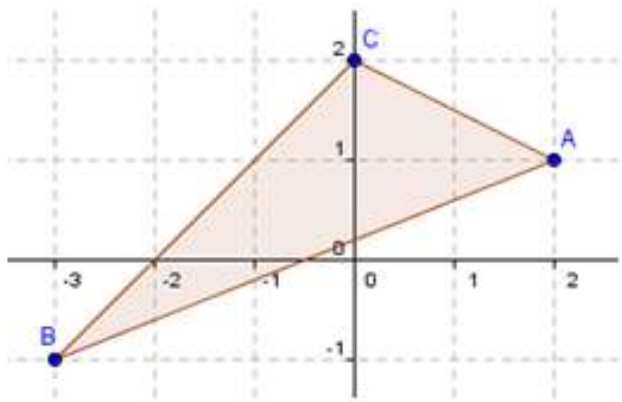
*El profesor debe estar atento a las operaciones que realicen los alumnos y asegurarse de que no existan confusiones, en la medida de lo posible se invita a que resuelvan los ejercicios en parejas o en equipos de máximo 4 personas.*



**Rectas notables del triángulo**

En el triangulo que se muestra en la figura siguiente.

Traza las alturas del siguiente triangulo y localiza el ortocentro




¿Cómo se define el ortocentro?___________________________________

Para obtener las ecuaciones de las alturas de un triángulo, primero debes obtener la pendiente de cada uno de los lados del triángulo.

El paso dos es obtener las pendientes de las rectas perpendiculares, recuerda que son reciprocas de la pendientes obtenidas en el paso anterior con signo contrario.

Finalmente encuentra las tres ecuaciones de las rectas que pasan por cada uno de los vértices del triángulo usando las pendientes obtenidas en el paso anterior.

¿Cuáles son las ecuaciones de las tres alturas?

___________________________________

___________________________________

___________________________________

¿Cómo encuentras el punto de intersección de las rectas?____________________________________________________________

¿Cuál es el punto de intersección de las tres alturas?____________

Por lo tanto el ortocentro es ________________

¿Cómo se define la mediatriz?___________________________________

_______________________________________________________________

¿Cuántas mediatrices tiene un triángulo?__________

¿Cómo se llama al punto de intersección de las tres mediatrices?______________________

Utilizando el ejemplo de las rectas notables de un triángulo, en tu cuaderno traza las tres mediatrices y encuentra el circuncentro.

Para obtener las ecuaciones de las mediatrices de un triangulo, obtén los tres puntos medios de los lados del triángulo, el paso dos es obtener las pendientes de cada uno de los lados del triángulo, las cuales ya calculaste en el ejercicio anterior.

El tercer paso es obtener el recíproco de cada una de las pendientes con signo contrario que también ya tienes.

Finalmente, obtén las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto medio y la pendiente reciproca con signo contrario.

¿Cuáles son las ecuaciones de las tres mediatrices?

____________________________________

____________________________________

____________________________________

¿Cuál es el punto de intersección de las tres rectas?__________

¿Cuál es el circuncentro?_________

**Puntos problemáticos**

Muchos alumnos tienen problemas en la realización de los cálculos o despejes, el profesor debe estar atento para evitar errores, principalmente cuando se resuelven sistemas de ecuaciones.

¿Cómo se define la mediana?____________________________________

¿Qué es el baricentro?__________________________________________

¿Cuáles son las ecuaciones de las tres medianas del triangulo?

____________________________________

____________________________________

____________________________________

Realiza los cálculos necesarios e indica cual es el baricentro____________

**Sugerencias para quien imparte el curso**

*Se recomienda que usando una hoja milimétrica o algún software matemático, los alumnos tracen el triangulo y grafiquen el baricentro, ortocentro y circuncentro.*

Puedes verificar que estos tres puntos son colineales. Contesta las siguientes preguntas.

Con los tres puntos obtenidos, es decir, baricentro, ortocentro y circuncentro, Toma dos pares de puntos distintos y obtén la pendiente de la recta que pasa por esos puntos.

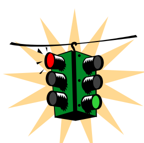
¿Cuál es la pendiente de la recta que pasa por estos tres puntos? ____________

¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por estos puntos? _________________

La recta que acabas de obtener es la recta de Euler.

**Sugerencias para quien imparte el curso**

*Se puede invitar a los alumnos a que hagan una exposición sobre la recta de Euler en donde necesariamente deberán tratar las rectas notables del triangulo.*



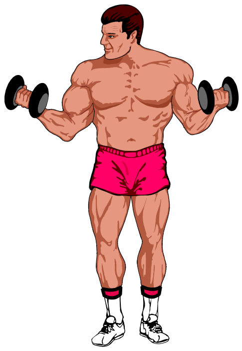
**Conceptos clave:**

4. Las tres alturas del un triángulo, o sus prolongaciones, se intersectan en un mismo punto llamado **ortocentro.**

5. La **mediatriz** es la recta que pasa por el punto medio de un segmento y es perpendicular a él.

6. El **circuncentro** es el punto en donde se intersecan las tres mediatrices, es el centro de la circunferencia que pasa por los tres vértices del triángulo.

7. La línea recta que pasa por el baricentro, circuncentro y ortocentro, se llama **recta de Euler**.



**Ejercicio 7**

**Resuelve los siguientes ejercicios**

1. Los puntos. $A(-3,3), B(-2,-1) y\ C(1.5,1.7)$ son vértices de un triangulo.

a) Encuentra la altura que parte de A

b) Encuentra la longitud de los tres lados del Triangulo

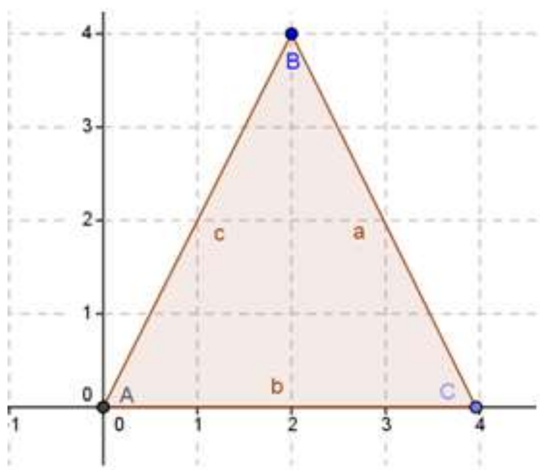
c) Encuentra la ecuación de la mediana que parte de B

d) Suponiendo la unidad de media en metros, encuentra el perímetro y el área del triangulo

2. Dado el triángulo de la figura siguiente dibújalo en una hoja de papel milimétrico, suponiendo la unidad de medida en metros, traza las alturas, mediatrices y medianas con diferente color y encuentra:

a) Las tres alturas y el ortocentro

b) Las tres mediatrices y el circuncentro




c) Encuentra la ecuación de la recta de Euler.

d) ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos interiores del triángulo?