INTEGRANDO UNA SUMA DE FUNCIONES

Propósitos

- Aplicar la propiedad de integración para $kf(x)$, siendo k, cualquier constante.
- Aplicar la propiedad de integración para la suma de funciones

Sugerencias para quien imparte el curso

Plantear a los alumnos ejercicios para que traten de resolverlos ya sea de forma individual o en equipos, al principio sin mucha intervención por parte del profesor y con preguntas que los hagan conjeturar.

Ejemplo 1

Obtener la integral de $f(x) = 5x^4$

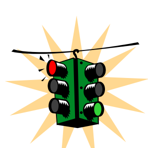
$$\int 5x^4\,dx =$$

¿Cómo cambiaría el resultado de la integral si la función fuera $f(x) = 2x^4$?

¿Cómo cambiaría el resultado de la integral si la función fuera $f(x) = 7x^4$?

¿Cómo cambiaría el resultado de la integral si la función fuera $f(x) = Cx^4$? con C un numero real cualquiera?

¿Qué puedes deducir de lo anterior?



Conceptos clave:

10. Una regla de integración es

$$\int kf(x)\,dx = k\int f(x)dx$$

Donde k es un número real cualquiera

Ejemplo 2

Obtener la integral de $f(x) = x^4 - 2x^2 + x - 1$

$$\int (x^4 - 2x^2 + x - 1)dx = \int x^4 dx - 2\int x^2 dx + \int x dx - \int dx$$
$$\frac{1}{5}x^5 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + C$$

Puntos problemáticos
En el ejemplo 2, algunos tendrán problemas para obtener la integral, a ellos se les debe recordar que en el curso de Cálculo I, se trabajo que la derivada de una función es igual a la suma de las derivadas, posteriormente aplicando estas propiedades, los alumnos puede obtener integrales de funciones más complejas.

Ejemplo 3

Obtener la integral de $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 2x^{-2} + 1$

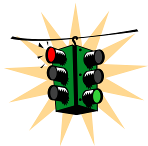
$\int (\frac{1}{2}x^3 - 2x^{-2} + 1)dx$ se procede de la misma forma que para el ejemplo 1 cuidando que se apliquen las propiedades para las integrales vistas hasta el momento.

Ejemplo 4

Obtener la integral de $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + 3}{\sqrt{x}}$

$$\int (\frac{x^3 - 2x^2 + 3}{\sqrt{x}})dx = \int \frac{x^3}{\sqrt{x}}dx - 2\int \frac{x^2}{\sqrt{x}} + 3\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = \int x^{\frac{5}{2}}dx - 2\int x^{\frac{3}{2}}dx + 3\int x^{-\frac{1}{2}}dx$$

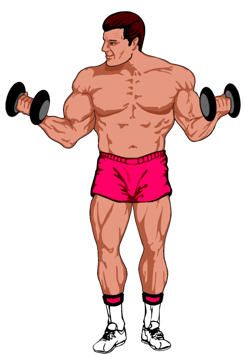
Puntos problemáticos
En el ejemplo 4, los alumnos que tengan problemas con el manejo del álgebra les será complicado encontrar la integral, si es necesario habrá que hacer un recordatorio general conforme se vaya necesitando.



Conceptos clave:

11. Como la antiderivada de una suma de funciones es igual a la suma de las antiderivadas, usando la notación de integral indefinida se puede expresar como:

$$\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$$



Ejercicios

Para cada una de las siguientes funciones, encontrar su integral. En los casos en que haya condiciones iniciales, encontrar el valor de la constante.

1. $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 2x^{-1} + 1$

2. $f(x) = -7x^3 - 4x^2 + 8$
3. $f(x) = -\frac{5}{6}x^{\frac{1}{3}} - 2x^{\frac{4}{5}} - 9$
4. $f(x) = 4x^{5/2} + x^{-4/5} - 3x^{-2} - x$
5. $f(x) = x^{-1/2} + 5x^{-2/5} - 6x^{-2}$

6 $v(t) = 2t^2 - t$, se sabe que $s(1) = \dfrac{7}{6}$, encuentra el valor de la constante para $s(t)$.

7. $a(t) = t^2 - 5$ suponiendo que $a(t) = v'(t) = s''(t)$, encuentra el valor de las constantes para $v(t)$ y $s(t)$, si $v(0) = -2$ y $s(0) = 2$.

8.$f(x) = \dfrac{3x^3 - x^2 + 7x + 11}{\sqrt{x^3}}$

9. $f(x) = \dfrac{3x^3 - x^2 + 7x + 11}{\sqrt{x^3}} + \dfrac{1}{x^3}$