

INTEGRALES INMEDIATAS

Propósitos

- Utilizar la tabla de integrales inmediatas que incluyen funciones exponenciales y logarítmicas
- Utilizar la tabla de funciones inmediatas para las funciones trigonométricas.
- Avanzar en el reconocimiento de estructuras al identificar la fórmula de la integral inmediata que requiere utilizar para obtener una integral dada

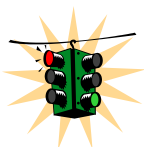
Sugerencias para quien imparte el curso



Indicar a los alumnos que tal como ya se han trabajado algunas fórmulas para las integrales inmediatas, tales como: $\int k dx = kx + C$ para

la función constante y $\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$ para x^n , existen otras

integrales inmediatas que se verán en esta sección.



Conceptos clave:

Las integrales inmediatas de las funciones exponenciales y logarítmicas, se listan a continuación:

$$12. \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

$$13. \int e^x dx = e^x + C$$

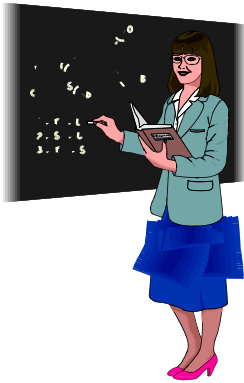
$$14. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln|a|} + C$$



Puntos problemáticos

Para algunas integrales es necesario primero hacer alguna transformación algebraica, mediante ejemplos como los que se

muestran abajo, se debe indicar a los alumnos como usar las formulas de las integrales inmediatas.



Ejemplo 1

Obtener

$$\int \frac{-4}{x} dx$$

Si -4 es una constante ¿Qué podríamos hacer?

$$= -4 \int \frac{dx}{x}$$

¿Cuál de las integrales inmediatas se pueden ocupar, obtener la integral anterior?

$$= -4 \ln|x| + C$$

Ejemplo 2

Obtener

$$\int \frac{2}{9} (e^x + 5^x) dx$$

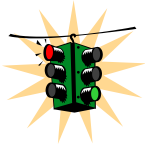
¿Cuál es la constante? ¿Cómo se puede separar mediante una suma de integrales?

$$\frac{2}{9} \int (e^x + 5^x) dx = \frac{2}{9} \int e^x dx + \frac{2}{9} \int 5^x dx$$

¿Cuáles de las fórmulas de integración inmediata usarías para obtener la integral solicitada?

$$= \frac{2}{9} \left(e^x + \frac{5^x}{\ln 5} \right) + C$$

Las funciones trigonométricas también tienen fórmulas de integración inmediata, las cuales se listan a continuación.



Conceptos clave:

Las integrales inmediatas de las funciones trigonométricas

15. $\int \operatorname{sen} x dx = -\cos x + C$,	20. $\int \operatorname{csc} x dx = \ln \operatorname{csc} x - \cot x + C$
16. $\int \cos x dx = \operatorname{sen} x + C$	21. $\int \sec^2 x dx = \tan x + C$
17. $\int \tan x dx = -\ln \cos x + C = \ln \sec x + C$	22. $\int \operatorname{csc}^2 x dx = -\cot x + C$
18. $\int \cot x dx = \ln \operatorname{sen} x + C$	23. $\int \sec x \tan x dx = \sec x + C$,
19. $\int \sec x dx = \ln \sec x + \tan x + C$	24. $\int \operatorname{csc} x \cot x dx = -\operatorname{csc} x + C$



Puntos problemáticos

Si el profesor considera que los alumnos tienen problemas en aplicar los conocimientos adquiridos en los cursos anteriores sobre funciones trigonométricas, se recomienda hacer un breve repaso.

Sugerencias para quien imparte el curso



Nuevamente como en los casos anteriores, se recomienda hacer algunos ejemplos con los alumnos, planteándoles algunas preguntas para que ellos mismos respondan.



Ejemplo 3

Obtener

$$\int \left(2 \cos x - \frac{1}{3} \sec x \tan x \right) dx$$

¿Qué podríamos hacer?

$$= \int 2 \cos x dx - \int \frac{1}{3} (\sec x \tan x) dx$$

$$= 2 \int \cos x \, dx - \frac{1}{3} \int (\sec x \tan x) \, dx$$

¿Cuál de las integrales inmediatas se pueden ocupar, obtener la integral anterior?

$$2 \operatorname{sen} x - \frac{1}{3} \sec x + C$$

Ejemplo 4

Obtener

$$\int \left(\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} + 4 \sec x \right) dx$$

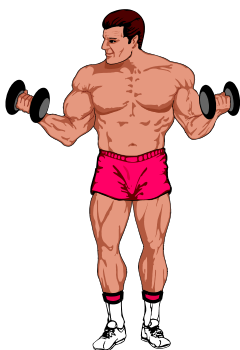
¿Cómo se puede separar mediante una suma de integrales?

Sabiendo que $\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} = \tan x$

$$\int \left(\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} \right) dx + \int 4 \sec x \, dx = \int \tan x \, dx + 4 \int \sec x \, dx$$

¿Cuáles de las fórmulas de integración inmediata usarías para obtener la integral solicitada?

$$= -\ln \cos x + \ln (\sec x + \tan x) + C$$



Ejercicios

Obtener las siguientes integrales, utilizando las formulas de integración vistas hasta el momento.

1. $\int \left(\frac{1}{x} + 2e^x - 2^x \right) dx$

2. $\int \left(\frac{6e^{2x}}{e^x} + \frac{2^x}{7^x} \right) dx$ (En este ejercicio realizar una simplificación algebraica antes de proceder a resolver la integral)

3. $\int 8(\sec x - \csc x \cot x) dx$

4. $\int \left(\frac{1}{\cos^2 x} \right) dx + \int \frac{\text{sen} x}{\cos^2 x} dx$ (Recordar que $\cos^2 x = \cos x \cos x$)

5. $\int \frac{\text{sen}^2 x}{\cos x} dx$ (Despejar $\text{sen}^2 x$, en $\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$)

6. $\int \frac{\cos^2 x}{\text{sen} x} dx + \int (\tan^2 x + 1) dx$ (Recordar que $\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$)

7. $\int \left[\frac{7}{x} + \frac{1}{\text{sen} x} - 10e^x \right] dx$ (En este ejercicio realizar una sustitución para $\frac{1}{\text{sen} x}$, antes de proceder a resolver la integral)