# EXAMEN DE DIAGNÓSTICO PARA LA UNIDAD 4

## I. Procesos Infinitos.

*a)* Realiza las primeras cinco etapas del siguiente proceso infinito:

Etapa 1. Construye un triángulo equilátero de lado igual a 4 centímetros.

Etapa 2. Construye un triángulo cuyos vértices sean los puntos medios de los lados del triángulo anterior y responde las preguntas siguientes, dando alguna justificación:

¿El triángulo es equilátero? ¿Cuánto miden sus lados?

Etapa 3. Construye un triángulo cuyos vértices sean los puntos medios de los lados del triángulo anterior y responde las siguientes preguntas, justificándolas:

¿El triángulo es equilátero? ¿Cuánto miden sus lados?

Etapa 4. Construye un triángulo cuyos vértices sean los puntos medios de los lados del triángulo anterior y responde las preguntas que siguen, justificándolas:

¿El triángulo es equilátero? ¿Cuánto miden sus lados?

Etapa 5. Construye un triángulo cuyos vértices sean los puntos medios de los lados del triángulo anterior y responde dando alguna justificación:

¿El triángulo es equilátero? ¿Cuánto miden sus lados?

*b)* Calcula el perímetro de los triángulos construidos en cada una de las 5 etapas, represéntalos con $a_1$, $a_2$, $a_3$, $a_4$ y $a_5$, respectivamente.

*c)* Los valores anteriores, ¿son términos de una sucesión geométrica? En caso afirmativo, ¿cuál es el valor de la razón común $r$?

*d)* Encuentra una fórmula para calcular el perímetro del triángulo que se construirá en la enésima etapa, represéntalo con $a_n$.

*e)* Encuentra $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$

*f)* Calcula la suma de los perímetros de los triángulos construidos desde la primera hasta la quinta etapa, represéntalos con $S_1$, $S_2$, $S_3$, $S_4$ y $S_5$, respectivamente.

*g)* Encuentra una fórmula para calcular la suma de los perímetros de los triángulos construidos hasta la enésima etapa, represéntala con $S_n$.

*h)* Encuentra $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$

## II. Definición de derivada

Para la función dada, elabora una tabla de diferencias finitas hasta obtener una columna constante y explica tu resultado.

$f(x) = 4x^2 - 8x + 5$

Elabora una tabla de diferencias finitas para la función siguiente hasta obtener que el cambio del cambio sea constante.

$f(x) = -x^3 + 2x^2$

Utiliza la definición de derivada para obtener la derivada de las funciones siguientes:

a) $f(x) = -3x^2 + 7x - 10$

b) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$

c) $f(x) = x^4 - 6x^2$

## III. Derivada de funciones algebraicas

Usa las reglas de derivación para encontrar la derivada de cada una de las siguientes funciones:

1. $F(x) = \sqrt{x^3} + 5x^2 - \frac{1}{x} - 2$
2. $F(x) = (x^3 - 5x^2 + x + 1)(3x^2 - x + 2)$
3. $F(x) = \frac{2x^2 + 1}{3x - 5}$
4. $F(x) = \left(\frac{x + 3}{x^2 + 3}\right)^{10}$
5. Dada la función $F(x) = (x^2 + 2)(x - 3)$ encuentra:

a) La pendiente de la recta tangente a la curva en la abscisa $x = -1$
b) La ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en la abscisa $x = -1$
c) Grafica la función $F(x)$
d) Gráfica la recta tangente en el mismo plano que la función

6. La expresión $s(t) = t^3 - 9t^2 + 1$ representa la posición de un objeto cuando se mueve en línea recta, en donde $s(t)$ se mide en centímetros y $t$ el tiempo en segundos.

a) Encuentra la velocidad en el instante $t$.

b) ¿Cuál es la velocidad del objeto al cabo de $-1$ y $1$ segundos?

c) ¿Cuándo está en reposo el objeto?

d) Obtén una expresión para calcular la aceleración de ese objeto en cualquier instante $t$.