

EXAMEN DE LA UNIDAD 4

1. Completa los siguientes enunciados usando los conocimientos, habilidades y destrezas que adquiriste en esta unidad.

a) Si una función $f(x)$ es creciente en un intervalo (a,b) , su primera derivada $f'(x)$ será _____ en ese intervalo.

b) Si una función $f(x)$ es constante en un valor de x , como $x = a$, su primera derivada $f'(a)$ será _____ en ese punto.

c) Se llama punto crítico de una función a un valor de x donde _____

d) Si una función $f(x)$ es cóncava hacia abajo en un intervalo (a,b) , su segunda derivada $f''(x)$ será _____ en ese intervalo.

e) Se llama punto de inflexión de una función a un valor de x donde _____

f) Geométricamente, ¿qué caracteriza a un valor máximo local de una función? _____

g) Algebraicamente, ¿qué caracteriza a un valor mínimo de una función? _____

h) ¿Qué diferencia hay entre un mínimo local y un mínimo absoluto de una función? _____

i) ¿Qué tienen en común los valores máximos y mínimos de una función? _____

j) ¿En qué se basa el criterio de la primera derivada para decidir si un punto crítico es un máximo o un mínimo? _____

k) ¿En qué se basa el criterio de la segunda derivada para decidir si un punto crítico es un máximo o un mínimo? _____

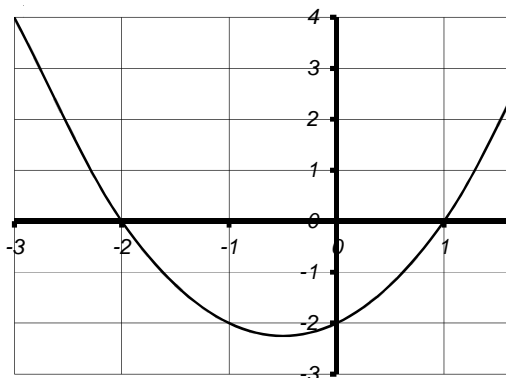
2. Encuentra las regiones donde la siguiente función es creciente, decreciente o constante. Utiliza esta información para bosquejar su gráfica.

$$f(x) = -x^2 - 2x + 3$$

3. Encuentra las regiones donde la siguiente función es cóncava hacia arriba, hacia abajo, así como las coordenadas de sus puntos de inflexión.

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 18x$$

4. Bosqueja la gráfica de la función $f'(x)$, a partir de la gráfica de $f(x)$ que se da.



5. Para la función $f(x) = x^3 - 12x$

a) Encuentra algebraicamente los intervalos donde es creciente, decreciente o constante.

b) Utiliza esta información para bosquejar la gráfica de $f(x)$.

c) A partir de la gráfica de $f(x)$, a través de un análisis como los que practicamos en esta unidad, bosqueja la gráfica de $f'(x)$ en el mismo plano coordenado.

d) Marca sobre la gráfica los resultados que obtuviste algebraicamente y verifica la consistencia de ambos métodos para analizar una función.

6. Aplicando el criterio de la primera derivada, encuentra los valores extremos de la función $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1$.

7. Aplicando el criterio de la segunda derivada, encuentra los valores extremos y puntos de inflexión de la función $f(x) = 4x^3 - 8x^2 + 1$.

8. Usando lo que sabes de Cálculo, encuentra dos números cuya suma sea 120 y que el producto de uno de ellos por el cuadrado del otro sea máximo.

9. Un alambre de 50 cm de longitud debe cortarse en dos partes. La primera se doblará para formar un cuadrado y con la segunda se construirá un triángulo equilátero. ¿En qué punto debe cortarse el alambre para que el área total de ambas figuras sea

a) máxima?

b) mínima?

10. Demuestra que la menor cantidad de lámina empleada para construir un bote cilíndrico con tapas, de un volumen determinado, ocurre cuando su altura es el doble del radio de la base.