

### CONCEPTOS CLAVE DE LA UNIDAD 3

#### 1. Derivada de la función constante $f(x) = c$

Si  $f(x) = c$ , donde  $c$  es una constante, la derivada de esta función es siempre cero, es decir:

$$f'(x) = 0$$

#### 2. Derivada de una función del tipo $f(x) = x^n$

Si  $f(x) = x^n$ , donde  $n$  es cualquier número real, la derivada de esta función está dada por:

$$f'(x) = nx^{n-1}$$

#### 3. Derivada de una función del tipo $f(x) = cx^n$

Si  $f(x) = cx^n$ , donde  $n$  y  $c$  son números reales, la derivada de esta función está dada por:

$$f'(x) = cnx^{n-1}$$

#### 4. Derivadas de orden superior.

Si  $f(x) = x^n$ , donde  $n$  es cualquier número real, la derivada de esta función es:  $f'(x) = nx^{n-1}$  al derivarla nuevamente se obtiene la segunda derivada, es decir, la derivada de la derivada

$$f''(x) = n(n-1)x^{n-2}$$

La tercera derivada  $f'''(x)$  se obtiene al derivar la expresión anterior, y así sucesivamente.

Se puede obtener la derivada  $n$ -ésima de una función  $f(x)$ , si se continua indefinidamente, llegará el momento en que la derivada sea igual a cero.

## 5. Derivada de la suma de dos funciones

Si  $f(x) = g(x) + h(x)$ , la derivada de  $f(x)$  siendo  $g(x)$  y  $h(x)$  funciones derivables, es igual a la suma de las derivadas de  $g$  y  $h$ .

$$f'(x) = g'(x) + h'(x)$$

## 6. Derivada de la suma de $n$ funciones

Dada una función  $f(x)$ , tal que:  $f(x) = f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_n(x)$   
Donde cada una de las funciones  $f_1, f_2, \dots, f_n$  son derivables, la derivada  $f'(x)$  es igual a la suma de las derivadas de  $f_1, f_2, \dots, f_n$ , es decir,

$$f'(x) = f_1'(x) + f_2'(x) + \dots + f_n'(x)$$

## 7. Derivada del producto de dos funciones

Si  $f(x) = g(x)h(x)$ , la derivada de  $f(x)$  siendo  $g(x)$  y  $h(x)$  funciones derivables, es igual a

$$f'(x) = g'(x)h(x) + g(x)h'(x)$$

## 8. Derivada del cociente de dos funciones

Si  $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$  y tanto  $g(x)$  como  $h(x)$  son dos funciones derivables, entonces la derivada de  $f(x)$ , está dada por

$$f'(x) = \frac{g'(x)h(x) - h'(x)g(x)}{h^2(x)}$$

Con  $h(x) \neq 0$

## 9. Regla de la cadena

La regla de la cadena se usa para derivar funciones compuestas, una función compuesta se denota por  $g(t(x))$ , es decir, suponiendo tres conjuntos de números reales,  $X, Y, Z$ . Para cada  $x \in X$ , el número  $t(x)$  está en  $Y$ . Como  $Y$  es el dominio de  $g$  se puede encontrar la imagen de  $t(x)$  bajo  $g$ . Este elemento en  $Z$  se denota por  $g(t(x))$ . Al asociar  $g(t(x))$  con  $x$  se obtiene una función de  $X$  a  $Z$  que se llama función compuesta.

En  $f(x) = g(t(x))$  donde  $u = t(x)$ , si  $g(u)$  y  $t(x)$  son derivables, entonces la derivada de esta función compuesta está dada por  $f'(x) = g'(u)t'(x)$ , pero ya que  $u = t(x)$ , entonces la derivada está dada por:

$$f'(x) = g'(t(x))t'(x)$$

## 10. Ecuación de la tangente a una curva en un punto dado

Sea  $f(x)$  una función derivable, la ecuación de la recta tangente en el punto  $P(a,b)$  es  $y - b = m(x - a)$ , pero como la pendiente  $m = f'(a)$  entonces  $y - b = f'(a)(x - a)$  despejando  $y$  tenemos que:

$$y = f'(a)(x - a) + b$$

Donde  $f'(a)$  es la derivada de la función  $f(x)$ , evaluada en  $a$

## 11. Velocidad instantánea

Sea  $s(t)$  la posición de cierto objeto moviéndose en el tiempo  $t$ .

Si  $s(t) > 0$  significa que el objeto está a la derecha o hacia arriba del origen.

Si  $s(t) < 0$  significa que el objeto está a la izquierda o hacia abajo del origen.

Si  $s(t) = 0$  significa que el objeto está en el origen.

La velocidad instantánea, es decir, la velocidad de dicho objeto en un instante determinado  $t_0$  está dada por:

$$s'(t_0) = v(t)$$

Si  $v(t_0) > 0$  significa que el cuerpo se mueve en dirección positiva (hacia la derecha o hacia arriba)

Si  $v(t_0) < 0$  significa que el cuerpo se mueve en dirección negativa (hacia la izquierda o hacia abajo)

Si  $v(t_0) = 0$  significa que el cuerpo está en reposo