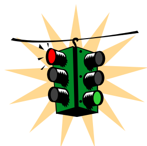
DERIVADA USANDO LA REGLA DE LA CADENA



Conceptos clave:

9. Regla de la cadena

La regla de la cadena se usa para derivar funciones compuestas, una función compuesta se denota por $g(t(x))$, es decir, suponiendo tres conjuntos de números reales, X, Y, Z. Para cada $x \in X$, el numero $t(x)$ está en Y. Como Y es el dominio de g se puede encontrar la imagen de $t(x)$ bajo g. Este elemento en Z se denota por $g(t(x))$. Al asociar $g(t(x))$ con x se obtiene una función de X a Z que se llama función compuesta.

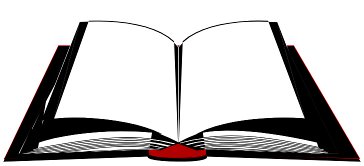
En $f(x) = g(t(x))$ donde $u = t(x)$, si $g(u)$ y $t(x)$ son derivables, entonces la derivada de esta función compuesta está dada por $f'(x) = g'(u)t'(x)$, pero ya que $u = t(x)$, entonces la derivada está dada por:

$$f'(x) = g'(t(x))t'(x)$$

Sugerencias para el profesor

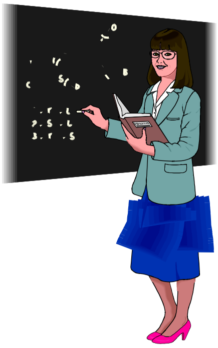
Iniciar con ejemplos en donde el alumno pueda identificar $g(x)$ y $t(x)$, el profesor resolverá junto con los alumnos algunos ejercicios como los que se muestran más adelante.

Procedimiento para derivar utilizando la regla de la cadena



1. Identificar $u = t(x)$
2. Obtener la derivada de $g(u)$
3. Obtener la derivada $t(x)$
4. Obtener el producto de las derivadas, es decir, $g'(u)t'(x)$

5.- Sustituir u por $t(x)$



Ejemplos

1) Obtener la derivada de la función $f(x) = (x^2 + 1)^4$.

Identificar $u = t(x) = x^2 + 1$

- Como $g(u) = u^4$, entonces la derivada $g'(u) = 4u^3$

- La derivada de $t(x)$, es $t'(x) = 2x$

- Continuando con el procedimiento para derivación por la regla de la cadena

$g'(u)t'(x) =$ __________________________

- Finalmente sustituyendo u por $t(x)$, $f'(x) =$ __________________

2) Obtener la derivada de la función $f(x) = \frac{8}{3}(x^2 - x)^3$

- Atendiendo el concepto clave. $u = t(x) = x^2 - x$

- Como $g(u) = \frac{8}{3}u^3$, entonces $g'(u) =$ _______________________

- $t'(x) =$ ___________________________

- $g'(u)t'(x) =$ __________________________

- Finalmente sustituyendo u por $t(x)$, $f'(x) =$ ____________________

Puntos problemáticos
Algunos alumnos presentan problemas para identificar $u = t(x)$. El profesor debe estar atento para corregir estas situaciones.

Sugerencias para el profesor

Hacer ejercicios formado parejas o equipos de alumnos en donde los estudiantes que tengan menos dificultades apoyen a sus compañeros.

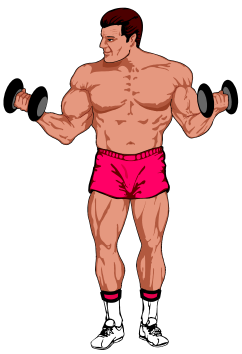
Se pueden proponer otros ejercicios a los estudiantes que involucren raíces, e impliquen aplicar lo ya aprendido sobre reglas de derivación, es decir, derivada de producto y cociente de funciones en donde también se use la regla de la cadena. Como los que se muestran en la tabla.

Obtener la derivada de las siguientes funciones

$\boldsymbol{f(x) = \sqrt{x^3 - x}}$	$\boldsymbol{f(x) = (5x^2 - 1)^4}$	$\boldsymbol{f(x) = (x^3 - 4x^2)^3}$
$u = t(x) =$	$u = t(x) =$	$u = t(x) =$
$g(u) =$	$g(u) =$	$g(u) =$
$g'(u) =$	$g'(u) =$	$g'(u) =$
$t'(x) =$	$t'(x) =$	$t'(x) =$
$g'(x)t'(x) =$	$g'(x)t'(x) =$	$g'(x)t'(x) =$
Sustituyendo	Sustituyendo	Sustituyendo
$f'(x) =$	$f'(x) =$	$f'(x) =$

Puntos problemáticos

Algunos alumnos confunden las reglas de derivación del producto con la del cociente, de ser necesario, conviene volver a explicar y dejar tareas extra, proporcionar asesorías o formar equipos con alumnos que presenten menos dificultades para que apoyen al resto de sus compañeros.



Ejercicios

Para cada una de las siguientes funciones, encuentra su derivada.

1.- $f(x) = (4x^3 + x^2)^2$

2.- $f(x) = 6(3x^3 + x^2)^3$

3.- $f(x) = \sqrt{6x^8 - x^5}$

4.- $f(x) = \sqrt[4]{3x^2 - \frac{1}{3}x}$

5.- $f(x) = \sqrt[3]{(5x^3 + 1)^2}$

6.- $f(x) = (\frac{1}{5}x^2 + x\ )^{-2/3}$

7.- $f(x) = (x^3 + 6x^2 - 2x + 1)^{-3}$