FUNCIÓN RACIONAL

Plantearemos dos problemas en los que se presentan situaciones que involucran variables inversamente proporcionales.

Ejemplo 1

Problema de la zanja

La experiencia de un contratista le dice que una cuadrilla de 12 trabajadores cava una zanja en 9 horas.

Le pide a uno de sus ayudantes que calcule las horas que tardarán en cavar esa zanja 6, 4, ó 36 trabajadores, suponiendo que todos trabajan al mismo ritmo.

También le pide que obtenga el número de trabajadores necesarios para terminar la zanja en 4.5, 1 ó 36 horas.

Al ayudante se le ocurrió organizar la información en una tabla como ésta:

No. de trabajadores	*12*	*6*	*4*	*36*			
No. de horas	*9*				*4.5*	*1*	*36*

Solicitar a los estudiantes que antes de llenar la tabla, hagan algunas reflexiones contestando preguntas como éstas:

¿Qué ocurrirá con el tiempo que tardan, si reducimos a la mitad el número de trabajadores?

¿Qué pasará con el tiempo si reducimos a la tercera parte el número de trabajadores?

¿Qué pasará con el tiempo que tardan, si triplicamos el número de trabajadores?

¿Qué número de trabajadores será necesario si queremos que el tiempo que tarden se reduzca a la mitad?

¿Cuántos trabajadores serán necesarios si queremos que el tiempo de construcción se reduzca a la novena parte?

¿Qué número de trabajadores deben emplearse si queremos que el tiempo se reduzca a la cuarta parte?

Después de realizar estas reflexiones, que los llevaron a entender mejor el problema, los alumnos completarán la tabla que diseñó el ayudante.

No. de trabajadores	*12*	*6*	*4*	*36*			
No. de horas	*9*				*4.5*	*1*	*36*

Sugerencia para quien imparte el curso.

En este momento, para continuar con el análisis, es pertinente solicitar a los estudiantes que expresen con sus palabras la forma en que están relacionadas las variables "número de trabajadores" y "número de horas empleadas en hacer la zanja"

Cuando dos variables se comportan en la forma que describieron, se dice que son **inversamente proporcionales**.

Pero hay más que eso.

¿Qué sucede si multiplicamos los valores de cada columna en la tabla anterior?

Ahora podemos escribir:

(*número de trabajadores*) por (*número de horas*) = _____

Si representamos con x al número de trabajadores y con y al número de horas, pedir a los estudiantes que escriban una expresión algebraica que represente la forma en que están relacionadas las variables x y y

En efecto, la expresión que obtuvieron puede llevarse a la forma $y = \frac{108}{x}$, que a su vez puede escribirse como $F(x) = \frac{108}{x}$, ya que a cada valor de x le corresponde sólo un valor de y. Siempre que $x \neq 0$.

¡Hemos representado una situación práctica con una función!

Ejemplo 2

Problema del tren

Un tren que viaja a velocidad constante de 75 *kilómetros por hora*, tarda 5 horas en recorrer una distancia D.

¿En cuánto tiempo recorrerá esa distancia si viaja a velocidad constante de 25, 15 ó 50 *k.p.h.*? ¿A qué velocidad deberá viajar el tren para hacer el recorrido en 10, 2.5 ó 3 horas?

Solicitar a los estudiantes que antes de resolver el problema, hagan algunas reflexiones contestando preguntas como éstas:

¿Qué ocurrirá con el tiempo que tarda el tren, si reducimos a la tercera parte su velocidad?

¿Qué pasará con el tiempo que tarda, si reducimos a la quinta parte su velocidad?

¿Qué va a pasar con la velocidad del tren si duplicamos el número de horas que debe emplear en el recorrido?

Completar esta tabla:

Velocidad del tren en k.p.h.	*75*	*25*	*15*	*50*			
No. de horas en el recorrido	*5*				*10*	*2.5*	*3*

Tratar de contestar estas preguntas:

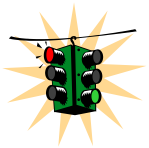
Las variables velocidad del tren y tiempo empleado en recorrer una distancia fija, ¿son inversamente proporcionales? ¿Por qué?

¿Qué observamos si multiplicamos los valores de cada columna en la tabla anterior?

Pedir a los alumnos que: si representamos con x a la velocidad del tren y con y al número de horas, escriban una expresión algebraica que represente la forma en que están relacionadas las variables x y y

La expresión que obtuvieron puede llevarse a la forma $y = \frac{375}{x}$, que a su vez puede escribirse como $F(x) = \frac{375}{x}$. Siempre que $x \neq 0$.

¡Nuevamente una función!



Conceptos clave:

1. Variación inversamente proporcional

Dos variables cualesquiera x y y, son inversamente proporcionales, si para cada par de valores (x, y) el producto $x\,y$ es constante.

Es decir, y es inversamente proporcional a x, sólo si $x\,y = k$, con k una constante.