FORMA GENERAL DE LA ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA

La ecuación cartesiana de la circunferencia, cuando el centro es un punto cualquiera del plano, se denomina forma ordinaria de la ecuación de la circunferencia o también es conocida como ecuación canónica.

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Esta se puede desarrollar para obtener la forma general de la ecuación de la circunferencia de la siguiente manera:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$(x^2 - 2xh + h^2) + (y^2 - 2yk + k^2) = r^2$$

Se puede ordenar y acomodar de tal manera que quede igualada a cero

$$x^2 + y^2 - 2xh - 2yk + h^2 + k^2 - r^2 = 0$$

Y si hacemos $D = -2h$ $E = -2k$ y $F = h^2 + k^2 - r^2$

La ecuación quedará expresada como:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Que se conoce como la ecuación de una circunferencia en su forma general.

Ejemplo 8

Expresar la ecuación de la circunferencia en sus dos formas, ordinaria y general si el centro es $C(-3, 5)$ y su radio es $r = 8$

Si se sustituye esta información en la ecuación ordinaria de la circunferencia $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ tendremos lo siguiente: $h = -3$, $k = 5$ y $r = 8$ que al sustituir en nuestra fórmula:

$$(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = (8)^2$$

o también $(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 64$

Desarrollando los binomios al cuadrado: $x^2 + 6x + 9 + y^2 - 10y + 25 = 64$

Reduciendo términos semejantes e igualando acero:

$$x^2 + y^2 + 6x - 10y - 30 = 0$$

Ejercicio 5

1. Expresar todas las ecuaciones propuestas en el ejercicio 4 por medio de la ecuación general de una circunferencia.

2. Obtener las coordenadas del centro, la longitud del radio y graficar cada una de las siguientes circunferencias:

a) $x^2 + y^2 + 10x - 2y + 6 = 0$

b) $x^2 + y^2 - 14x - 6y - 63 = 0$

c) $2x^2 + 2y^2 - 6x - 10y - 1 = 0$

d) $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 5 = 0$

e) $3x^2 + 3y^2 - 18x - 18y + 30 = 0$